

# Beispiel- und Übungskatalog

|   |              |
|---|--------------|
| <b>Kategorie I: Lineare Systeme</b>         | <b>12.3</b>  |
| <b>Kategorie II: Reglerentwurf</b>          | <b>12.10</b> |
| <b>Kategorie III: Simulation</b>            | <b>12.20</b> |
| <b>Kategorie IV: Fuzzy-Logik</b>            | <b>12.38</b> |
| <b>Kategorie V: Fuzzy-Control</b>           | <b>12.45</b> |
| <b>Kategorie VI: Meßtechnik</b>             | <b>12.51</b> |
| <b>Kategorie VII: Digitaltechnik</b>        | <b>12.58</b> |
| <b>Kategorie VIII: Systemidentifikation</b> | <b>12.64</b> |

## Sinn und Zweck dieses Beispielkatalogs

Der folgende Aufgabenkatalog enthält eine Vielzahl unterschiedlicher Aufgaben, die der Übersichtlichkeit halber in folgende Kategorien aufgeteilt sind:

- I. Lineare Systeme
- II. Reglerentwurf
- III. Simulation
- IV. Fuzzy-Logik
- V. Fuzzy-Control
- VI. Meßtechnik
- VII. Digitaltechnik
- VIII. Systemidentifikation

Alle Aufgaben lassen sich mit Hilfe des Programmsystems WinFACT, evtl. in Verbindung mit etwas "Handarbeit", lösen. Bei der Zusammenstellung der Übungsbeispiele wurde versucht, möglichst alle Themenbereiche anzuschneiden, so daß jeder Anwender "sein" Gebiet in den Beispielen wiederfindet.

Sinn dieses Katalogs ist es, einerseits einen Einblick in den Leistungsumfang von WinFACT zu geben, andererseits aber auch Hilfestellung bei der Einarbeitung in das Programmsystem zu bieten. Derjenige, der WinFACT in der Lehre einsetzen möchte, findet hier ferner einen Grundstock an Übungsaufgaben sowie Anregungen für die Formulierung eigener Problemstellungen\*.

Alle Aufgaben bestehen aus der Aufgabenformulierung, einer Lösungsskizze, die alle notwendigen Hinweise zur Ermittlung der Lösung enthält, sowie bei umfangreicheren Problemstellungen zusätzlich aus den zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Systemdateien, die sich auf der Beispieldiskette befinden.

Hinweis: Die Abbildungen enthalten größtenteils noch Bildschirmgrafiken aus älteren WinFACT - Versionen. Dies spielt aber für das Lösungsprinzip keine Rolle.

---

\* die wir dann gerne zur Erweiterung dieses Katalogs entgegennehmen!

## Kategorie I: Lineare Systeme

### Aufgabe I.1: Sprungantwort eines PT1-Gliedes

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein PT<sub>1</sub>-Glieder mit der Eingangsgröße  $u(t)$  und der Ausgangsgröße  $y(t)$ . Das System werde beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + Ts}$$

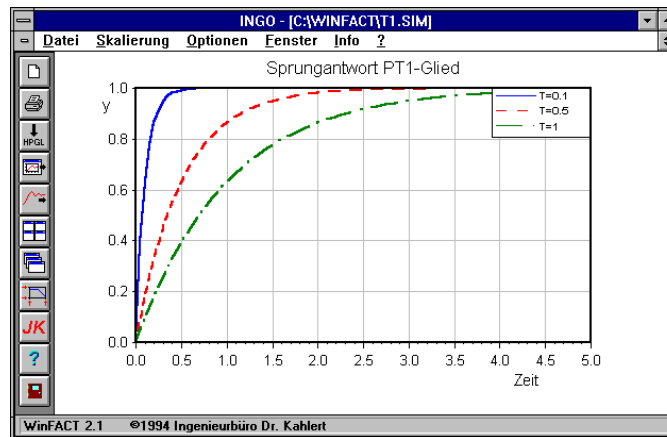


bzw. die Differentialgleichung

$$T\dot{y} + y = Ku$$

Ermitteln Sie die Sprungantwort des Systems für den Fall  $K = 1$  und die Zeitkonstanten  $T = 0.1, 0.5$  bzw.  $1$ . Wählen Sie dazu eine Simulationsdauer von  $5$ .

**Lösungsskizze:** Die Aufgabe verdeutlicht den Einfluß der Zeitkonstanten auf das dynamische Verhalten des Systems. Die Lösung kann mit Hilfe von LISA ermittelt werden. Die ermittelten Kurven können abgespeichert und dann mit INGO verglichen werden (s. nachfolgende Grafik).



## Aufgabe I.2: Frequenzgang eines PT1-Gliedes

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein PT<sub>1</sub>-Glieder mit der Eingangsgröße  $u(t)$  und der Ausgangsgröße  $y(t)$ . Das System werde beschrieben durch die Übertragungsfunktion

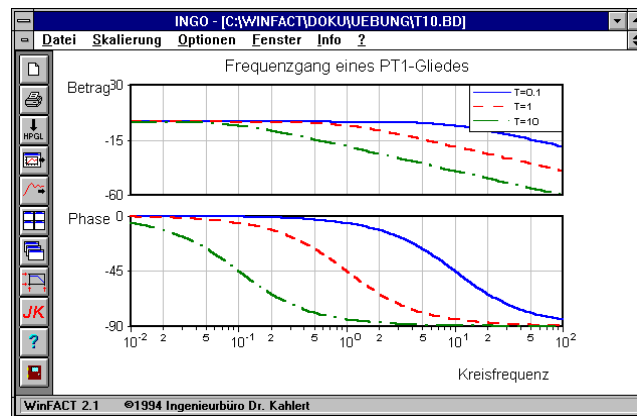
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+Ts}$$

bzw. die Differentialgleichung

$$T\dot{y} + y = Ku$$

Ermitteln Sie den Frequenzgang des Systems für den Fall  $K=1$  und die Zeitkonstanten  $T = 0.1, 1$  bzw.  $10$  im Bereich  $0.01 \leq \omega \leq 100$ .

**Lösungsskizze:** Die Aufgabe verdeutlicht den Einfluß der Zeitkonstanten, d. h. der Eckfrequenz, auf den Frequenzgang des Systems. Die Lösung kann mit Hilfe von LISA ermittelt werden. Die ermittelten Kurven können abgespeichert und dann mit INGO verglichen werden (s. nachfolgende Grafik).



## Aufgabe I.3: Sprungantwort eines PT<sub>2</sub>-Gliedes

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein PT<sub>2</sub>-Glieder mit der Eingangsgröße  $u(t)$  und der Ausgangsgröße  $y(t)$ . Das System werde beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_n}s + 1}$$

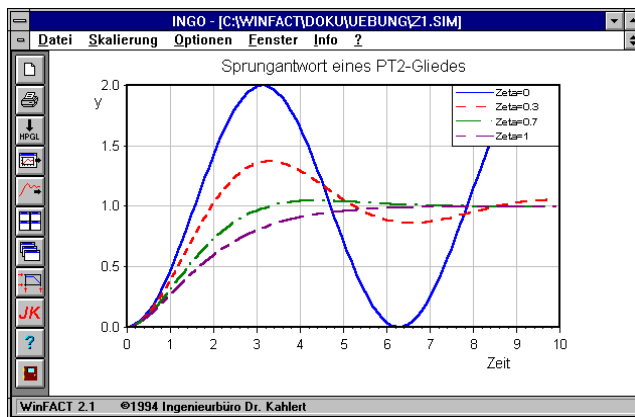
bzw. die Differentialgleichung

$$\frac{1}{\omega_n^2} \ddot{y} + 2\frac{\zeta}{\omega_n} \dot{y} + y = Ku$$

Ermitteln Sie die Sprungantwort des Systems für den Fall  $K = \omega_n = 1$  und Dämpfungswerte von  $\zeta = 0, 0.3, 0.7, 1$ . Wählen Sie dazu eine Simulationsdauer von 10.

**Lösungs-  
skizze:**

Die Aufgabe verdeutlicht den Einfluß der Dämpfung  $\zeta$  auf das dynamische Verhalten des Systems. Die Lösung kann mit Hilfe von LISA ermittelt werden. Die ermittelten Kurven können abgespeichert und dann mit INGO verglichen werden (s. nachfolgende Grafik).



#### Aufgabe I.4: Frequenzgang eines PT<sub>2</sub>-Gliedes

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein PT<sub>2</sub>-Glieder mit der Eingangsgröße  $u(t)$  und der Ausgangsgröße  $y(t)$ . Das System werde beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\frac{\zeta}{\omega_n}s + 1}$$

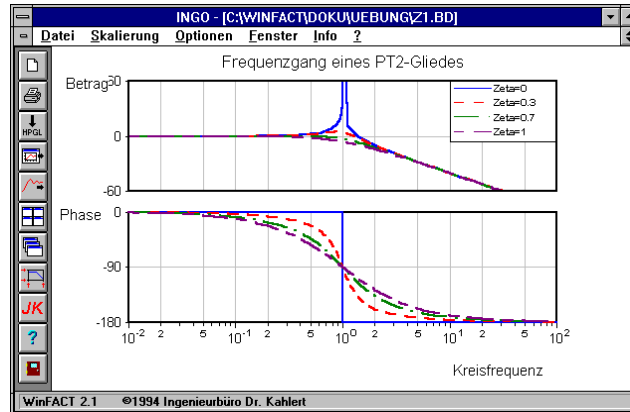
bzw. die Differentialgleichung

$$\frac{1}{\omega_n^2} \ddot{y} + 2 \frac{\zeta}{\omega_n} \dot{y} + y = Ku$$

Ermitteln Sie den Frequenzgang des Systems für den Fall  $K = \omega_n = 1$  und Dämpfungswerte von  $\zeta = 0, 0.3, 0.7, 1$ . Wählen Sie dazu den Frequenzbereich  $0.01 \leq \omega \leq 100$ .

**Lösungs-  
skizze:**

Die Aufgabe verdeutlicht den Einfluß der Dämpfung  $\zeta$  auf den Frequenzgang des Systems. Die Lösung kann mit Hilfe von LISA ermittelt werden. Die ermittelten Kurven können abgespeichert und dann mit INGO verglichen werden (s. nachfolgende Grafik).



### Aufgabe I.5: Sprungantwort eines PT<sub>n</sub>-Glieds

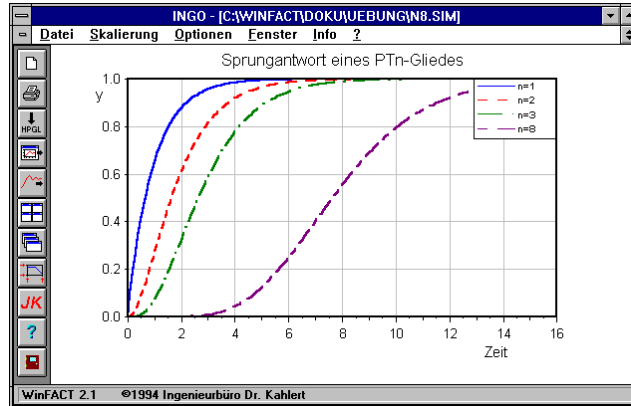
**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein PT<sub>n</sub>-Glied mit  $n$  gleichen Zeitkonstanten und der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^n}.$$

Ermitteln Sie die Sprungantwort des Systems für  $n = 1, 2, 3$  und  $8$ . Wählen Sie eine Simulationsdauer von  $15$ .

**Lösungs-  
skizze:** Die Simulationen lassen sich mit LISA oder BORIS (in diesem Fall einfacher!) durchführen. Die Ergebnisse können in Dateien abgelegt und dann mit INGO gegenübergestellt werden.

Man erhält folgende Verläufe:



Man erkennt, daß das System mit zunehmender Ordnung  $n$  immer "träger" wird. Für  $n = 8$  tritt totzeitähnliches Verhalten auf.

**Zugehörige**

**Dateien:** PTN.BSY

### Aufgabe I.6: Allpaß-System

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein System 2. Ordnung mit der Übertragungsfunktion

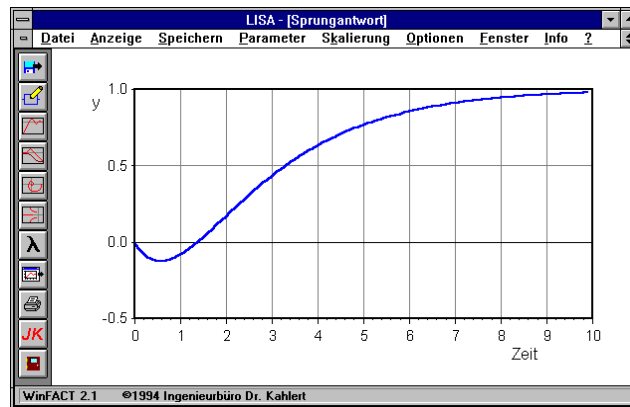
$$G(s) = \frac{1-s}{(1+s)(1+2s)}.$$

Ermitteln Sie Pole und Nullstellen des Systems. Simulieren Sie die zugehörige Sprungantwort bis zu einer Simulationszeit von 10.

**Lösungsskizze:** Die Berechnung der Pol- und Nullstellen und die Durchführung der Simulation kann mit LISA erfolgen. Für Pol- und Nullstellen ergibt sich:

$$n_1 = 1 \quad p_1 = -1 \quad p_2 = -0.5$$

Das System weist eine Nullstelle in der rechten Halbebene und damit Allpaßverhalten auf. Die Simulation ergibt das nachfolgend dargestellte Ergebnis. Man erkennt das Allpaß-typische Unterschwingen zu Beginn der Simulation.



**Zugehörige**

**Dateien:** ALLPASS.UFK

### Aufgabe I.7: System mit Totzeit

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

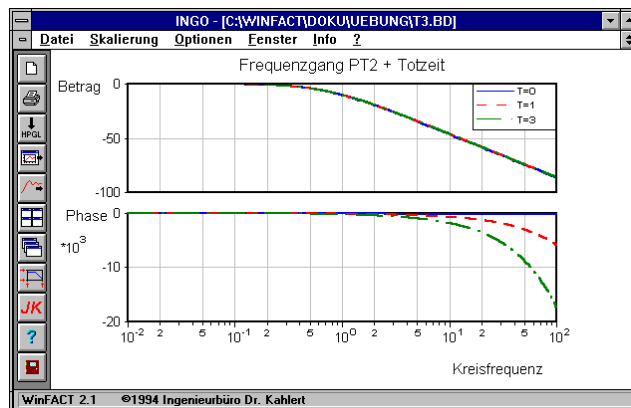
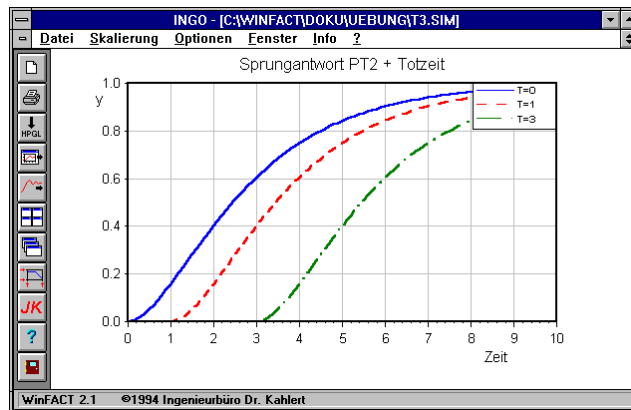
$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+2s)} e^{-Ts}.$$

Ermitteln Sie Sprungantwort und Frequenzgang des Systems für Totzeiten  $T = 0, 1$  und  $3$ . Wählen Sie eine Simulationsdauer von  $10$  bzw. einen Frequenzbereich von  $0.01 \leq \omega \leq 100$ .

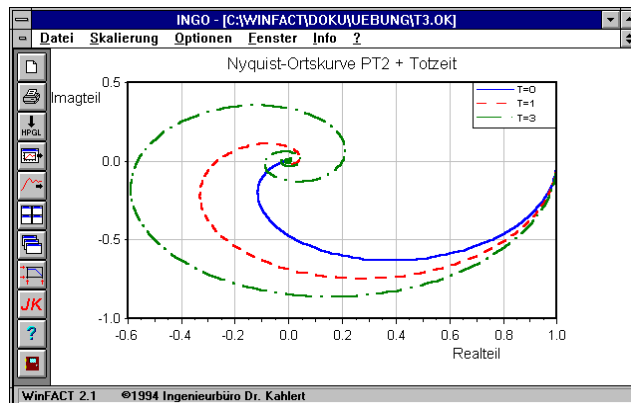
**Lösungsskizze:**

Diese Aufgabe verdeutlicht den Einfluß einer Totzeit auf Sprungantwort bzw. Frequenzgang eines linearen Systems. Die Berechnungen lassen sich mit LISA durchführen. Die Ergebnisse können abgespeichert und später mit INGO verglichen werden. Man erhält für Sprungantwort und Bode-Diagramm nachfolgend dargestellte Ergebnisse. Je größer die Totzeit gewählt wird, um so später setzt die Systemantwort ein. Die Totzeit hat auf die Betragskennlinie keinerlei Einfluß; sie bewirkt jedoch eine monotone Absenkung der Phasenkennlinie, die umso stärker ist, je größer die Totzeit ist.





Für den Frequenzgang in Form der Nyquist-Ortskurve erhält man schließlich:



Hier macht sich die Totzeit durch das charakteristische Umkreisen des Nullpunkts bemerkbar.

**Zugehörige**

**Dateien:** TOTZEIT.UFK

---

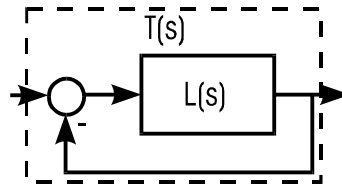


---

## Kategorie II: Reglerentwurf

### Aufgabe II.1: Zusammenhang zwischen Phasenreserve $\Phi_r$ und Überschwingweite $M_p$

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei der folgende Regelkreis:



Es sei

$$L(s) = \frac{K}{s^2 + s + 1}$$

die Übertragungsfunktion des offenen Kreises. Ermitteln Sie durch Variation von  $K$  den Zusammenhang zwischen der Phasenreserve  $\Phi_r$  des offenen Kreises  $L(j\omega)$  und der daraus resultierenden Überschwingweite  $M_p$  der Sprungantwort des geschlossenen Kreises

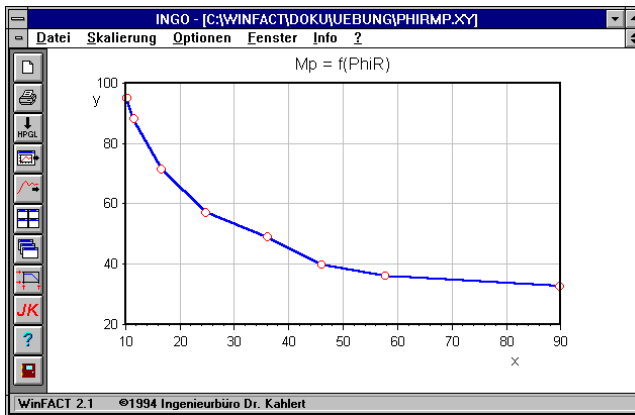
$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}.$$

Stellen Sie den Zusammenhang grafisch dar.

**Lösungs-  
skizze:** Zur Lösung kann das Modul RESY verwendet werden. Man erhält folgende Ergebnisse:

| $K$ | $\Phi_r$ | $M_p$ |
|-----|----------|-------|
| 1   | 89.8     | 32.6  |
| 1.5 | 57.8     | 36    |
| 2   | 46.1     | 39.7  |
| 3   | 36.2     | 48.9  |
| 5   | 24.9     | 57    |
| 10  | 16.7     | 71.5  |
| 20  | 11.6     | 88    |
| 30  | 10.3     | 95    |

Grafisch läßt sich der Zusammenhang  $M_p = f(\Phi_r)$  beispielsweise mit INGO darstellen:



**Zugehörige** PHIRMP.UFK  
**Dateien:** PHIRMP.XY

## Aufgabe II.2: Reglerentwurf nach Einstellregeln

**Aufgaben-  
stellung:** Gegeben sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{0.149}{s^2 + 1.132s + 0.1772}.$$

Ermitteln Sie zunächst die Sprungantwort der Strecke bis zu einer Endzeit von 25 und lesen Sie den Verstärkungsfaktor  $K_S$ , die Verzugszeit  $T_u$  und die Ausgleichszeit  $T_g$  ab. Entwerfen Sie dann auf der Basis dieser Werte einen PID-Regler nach den Einstellregeln von Samal. Sie lauten wie folgt:

Regler mit Überschwingen der Ausgangsgröße:

$$K_R = 0.95 \frac{T_g}{K_S T_u} \quad T_N = 1.35 T_g \quad T_V = 0.47 T_u$$

Regler ohne Überschwingen der Ausgangsgröße:

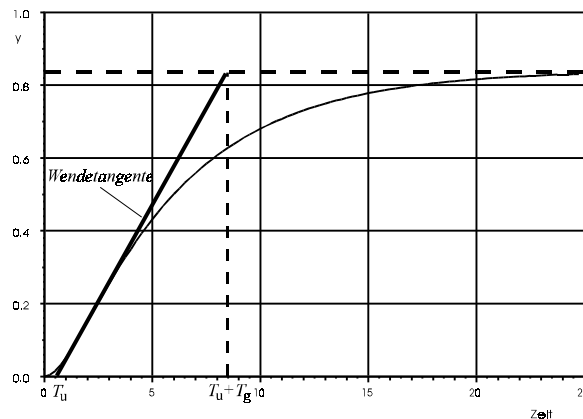
$$K_R = 0.59 \frac{T_g}{K_S T_u} \quad T_N = T_g \quad T_V = 0.5 T_u$$

Berechnen Sie die Sprungantworten der resultierenden Regelkreise und stellen Sie sie einander gegenüber.

**Lösungs-  
skizze:**

Die Berechnung der Strecken-Sprungantwort kann z. B. mit LISA erfolgen. Die Kennwerte können dann manuell bestimmt werden. Man erhält (s. auch nachfolgendes Bild)

$$K_S \approx 0.85 \quad T_u \approx 0.55 \quad T_g \approx 8$$



Daraus ergeben sich folgende Reglerparameter:

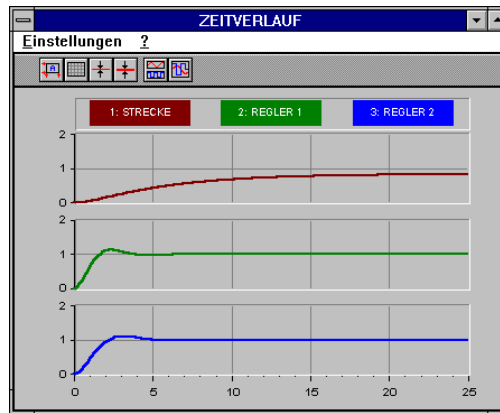
Regler mit Überschwingen der Ausgangsgröße:

$$K_R = 16.3 \quad T_N = 10.8 \quad T_V = 0.26$$

Regler ohne Überschwingen der Ausgangsgröße:

$$K_R = 10.1 \quad T_N = 8 \quad T_V = 0.28$$

Die Simulation der resultierenden Regelkreise kann z. B. mit BORIS erfolgen. Man erhält folgende Simulationsergebnisse:



Man erkennt, daß sich die Dynamik gegenüber der Strecke (obere Kurve) erheblich verbessert hat. Auch der für den überschwingfreien Fall entworfene Regler (untere Kurve) weist jedoch Überschwingen auf. Dieses ist geringer als beim ersten Regler, dafür ist jedoch auch die Anstiegszeit größer. Dieser Umstand ist im wesentlichen auf die kleinere Reglerverstärkung (10.1 im Gegensatz zu 16.3 beim ersten Regler) zurückzuführen.

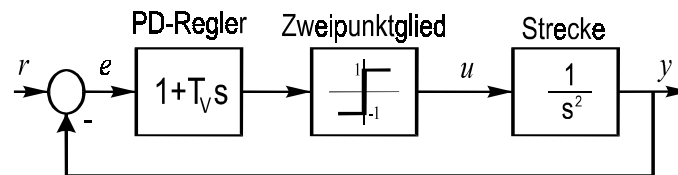
**Zugehörige Dateien:** EINSTELL.UFK  
EINSTELL.BSY

### Aufgabe II.3: Nichtlineare Regelung (Sliding-Mode-Regler)

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei eine Regelstrecke der Form

$$G(s) = \frac{1}{s^2} \quad (\text{Doppelintegrierer}).$$

Zur Stabilisierung der Strecke soll eine Reihenschaltung aus einem PD-Regler und einem Zweipunktregler eingesetzt werden:

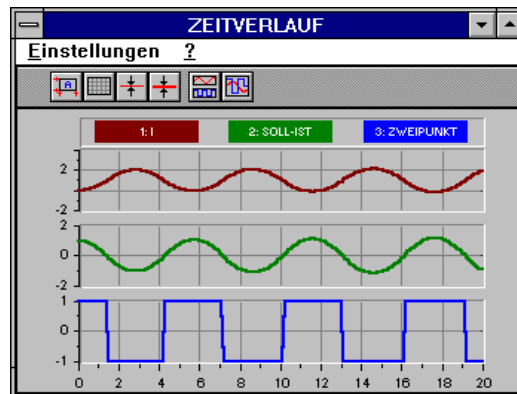


Bestimmen Sie die Vorhaltezeit  $T_V$  des PD-Reglers so, daß eine sprungförmige Eingangsgröße möglichst schnell ausgeregelt wird, die Stell-einrichtung aber nicht zu sehr belastet wird. Wählen Sie zur Simulation das Runge-Kutta-Verfahren mit der Schrittweite  $\Delta T = 0.01$  und eine Simulationsdauer von 20.

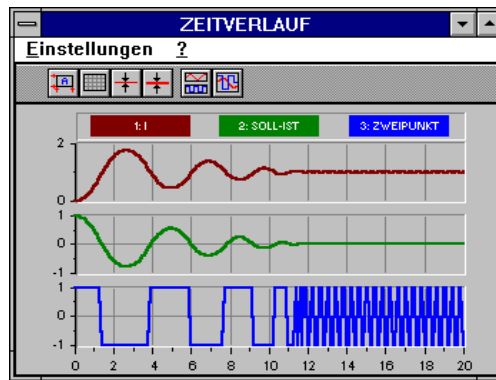
**Lösungs-skizze:**

Bei diesem Regler handelt es sich um einen sog. *Sliding-Mode-Regler*, der die Systemtrajektorie nach anfänglicher Oszillation in einen Kriechvorgang (Sliding Mode) überführt, der dann in den stationären Zustand übergeht. Je größer die Vorhaltezeit  $T_V$  gewählt wird, umso schneller tritt der Kriechvorgang ein, aber umso länger dauert er auch. Im Kriechvorgang selbst schaltet der Zweipunktregler ständig zwischen seinen beiden Arbeitspunkten um ("Rattern"), das nachgeschaltete Stellglied wird also stark belastet. Für die Vorhaltezeit muß daher ein Kompromiß zwischen Schnelligkeit des Ausregelvorgangs und Belastung des Stellglieds gefunden werden.

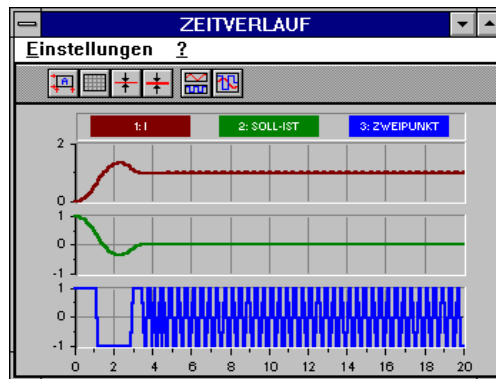
Die nachfolgenden Bilder zeigen jeweils den Verlauf der Ausgangsgröße (obere Kurve), der Regelabweichung (mittlere Kurve) und der Stellgröße (untere Kurve) für verschiedene Werte von  $T_V$ .



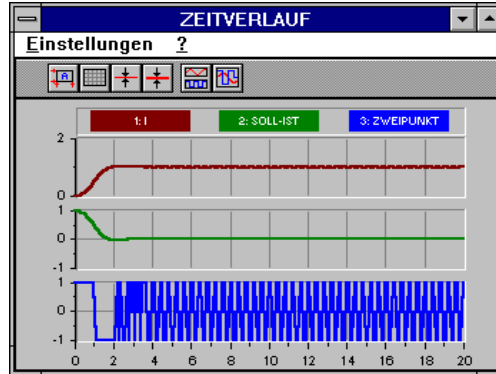
$$T_V = 0$$



$$T_V = 0.1$$



$$T_V = 0.3$$



$$T_V = 0.5$$

Für einen Wert von  $T_V = 0.3$  erhält man einen brauchbaren Kompromiß.

**Zugehörige**

**Dateien:** SLIDMODE.BSY

## Aufgabe II.4: Reglerentwurf nach dem Frequenzkennlinienverfahren

**Aufgabenstellung:** Für die Regelstrecke

$$G(s) = \frac{1}{(1+5s)(1+2s)(1+s)}$$

ist ein PID-Regler zu entwerfen, der folgende Bedingungen erfüllt:

- Durchtrittsfrequenz  $\omega_c > 0.6$
- Phasenreserve  $\Phi_r > 50^\circ$
- Kreisverstärkung  $V > 40\text{dB}$  bei  $\omega < 0.002$

**Lösungsskizze:**

Der Entwurf kann mit Hilfe von RESY durchgeführt werden. Zu Beginn setzen wir den P-Anteil auf den mit -1 multiplizierten Wert, den die Amplitude bei 0.6 (der Durchtrittsfrequenz) aufweist. In diesem Fall wäre das  $25\text{dB} \cong 17.78$ . Anschließend wird der I-Anteil so dimensioniert, daß die jetzige Amplitude (mit P-Regler) des offenen Regelkreises bei 0.002 einen Wert über 40dB (Kreisverstärkung) annimmt, damit wir später mehr Freiraum beim D-Anteil haben. In unserer Aufgabe wäre dies bei einem  $T_N$  von 17 (ca. 53 dB bei 0.002, man sollte hier jedoch nicht größer als 40dB + 25dB werden). Als letztes muß nun für die Stabilität des Kreises durch die geforderte Phasenreserve gesorgt werden. Dazu betrachten wir die Phase des offenen Regelkreises, der mittlerweile aus Strecke und PI-Regler besteht. Diese hat bei der Durchtrittsfrequenz einen um  $-35^\circ$  von  $-180^\circ$  verschiedenen Wert. Wir müssen die Phase also um  $35^\circ + 50^\circ$  anheben, um die Forderung der Phasenreserve einzuhalten. Wir dimensionieren also unser  $T_V$  auf 8.6. Betrachtet man nun die Amplitude, so wird man feststellen, daß diese noch nicht bei 0.6 durchtritt. Aus diesem Grund wird der P-Anteil auf 1 gesetzt und wie oben beschrieben neu bestimmt. Danach müßten die gewünschten Werte erreicht sein.

Die Parameter des Reglers haben letztendlich folgendes Aussehen

$$K_R = 3.5 \quad T_N = 17 \quad T_V = 8.6$$



**Zugehörige  
Dateien:** FKL.UFK

## Aufgabe II.5: Wurzelortskurve

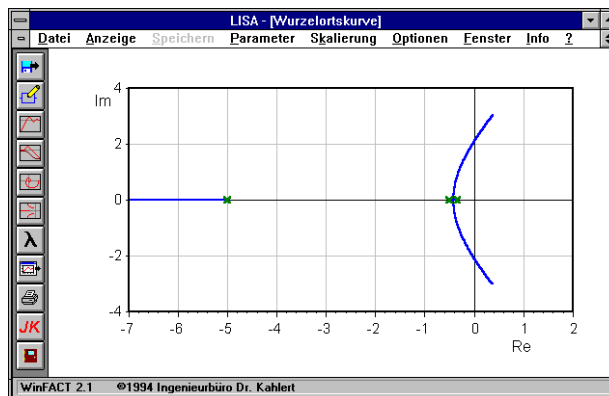
**Aufgaben-  
stellung:** Gegeben sei die Regelstrecke

$$G(s) = \frac{1}{(1 + 0.2s)(1 + 2s)(1 + 3s)}.$$

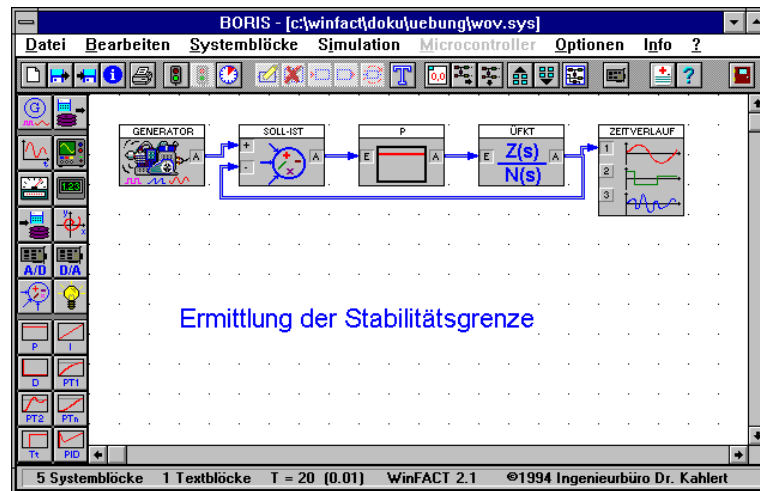
Die Strecke soll durch einen P-Regler zu einem geschlossenen Regelkreis ergänzt werden.

Berechnen Sie zunächst die zugehörige Wurzelortskurve. Ermitteln Sie dann simulatorisch die Reglerverstärkung  $K_R$ , bei der der geschlossene Regelkreis instabil wird.

**Lösungs-  
skizze:** Die Wurzelortskurve kann mit Hilfe von LISA erzeugt werden. Sie hat folgende Gestalt:



Die Simulation kann mit Hilfe von BORIS durchgeführt werden. Dazu muß eine möglichst kleine Schrittweite, z. B.  $\Delta T = 0.01$ , in Verbindung mit dem Runge-Kutta-Verfahren gewählt werden, um im Bereich der Stabilitätsgrenze noch hinreichend genaue Ergebnisse zu erhalten.



Die Simulation ergibt, daß der Regelkreis bei einer Reglerverstärkung von  $K_R \approx 29$  instabil wird. Dieser Wert läßt sich z. B. mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums anhand der Ortskurve verifizieren.

**Zugehörige** WOV.UFK

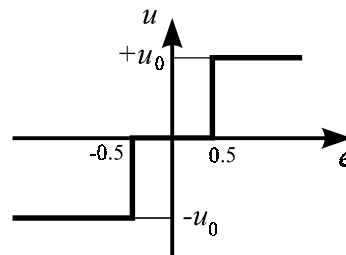
**Dateien:** WOV.BSY

## Aufgabe II.6: Nichtlinearer Regelkreis mit Dauerschwingung

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein Einfachregelkreis mit der Regelstrecke

$$G(s) = \frac{1}{(1 + 0.5s)^3}$$

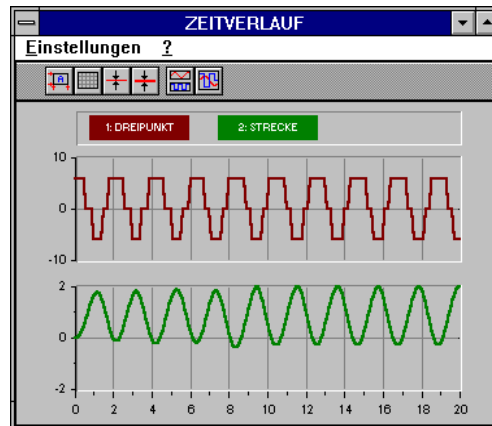
und dem nachfolgenden Dreipunktregler:



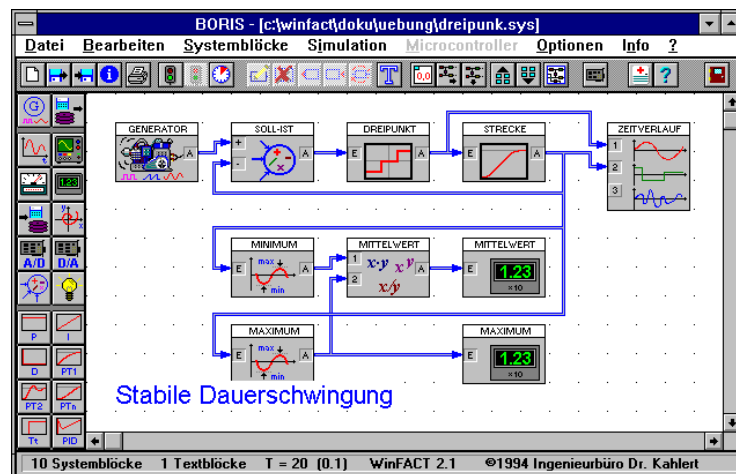
Bestimmen Sie mit BORIS die Stellgröße  $u_0$  so, daß die sich einstellende Dauerschwingung bei einem Eingangssprung einen Maximalwert von 2 nicht überschreitet, der Mittelwert der Dauerschwingung aber mindestens bei 0.8 liegt.

**Lösungs-  
skizze:**

Die Amplitude der sich einstellenden Dauerschwingung steigt mit der Stellgröße  $u_0$ . Durch Bestimmung von Minimum und Maximum der Dauerschwingung kann ein Schätzwert für den Mittelwert ermittelt werden, der zweckmäßigerweise über ein Digitalinstrument angezeigt wird. Die Stellgröße  $u_0$  wird dann schrittweise erhöht, bis die Bedingungen erfüllt sind. Für  $u_0 = 5.9$  ergeben sich die gewünschten Werte (obere Kurve: Stellgröße; untere Kurve: Ausgangsgröße):



Das Simulationssystem hat dabei folgende Struktur:



**Zugehörige****Dateien:** DREIPUNK.BSY

---

---

## Kategorie III: Simulation

### Aufgabe III.1: Räuber-Beute-System ohne Kapazitätsbegrenzung [10]

**Aufgabenstellung:** Das dynamische Verhalten einer *Beutepopulation*  $x$  und einer *Räuberpopulation*  $y$  wird beschrieben durch das Dgl.-System

$$\dot{x} = a x - b x y$$

$$\dot{y} = c x y - d y$$

Darin ist

- $a$ : spezifische Wachstumsrate der Beutepopulation
- $b$ : spezifische Beuteverlustrate der Beute
- $c$ : spezifische Beutegewinnrate der Räuberpopulation
- $d$ : spezifische Atmungsrate der Räuberpopulation

Die Interaktion zwischen Räuber und Beute führt zu Verlusten bei der Beutepopulation und Gewinnen für die Räuberpopulation. Wird trotz Vermehrung der Beute diese zu stark dezimiert, so reduziert dies auch die Energiezufuhr der Räuber und damit ihren Bestand. Das "Beutemachen" hängt sowohl von der Beutepopulation  $x$  wie von der Räuberpopulation  $y$  ab. Die proportionale Abhängigkeit von beiden Größen führt zur Nichtlinearität  $xy$ . Entsprechende Verluste werden bei der Beute abgezogen (Term  $bxy$ ) und bei der Räuberpopulation als Gewinn gebucht (Term  $cxy$ ). Die Verluste bei der Beutepopulation werden durch deren bestandsproportionalen Zuwachs mit der spezifischen Wachstumsrate  $a$  teilweise wettgemacht. Der Räuber hingegen braucht die Beute zur Kompensation seiner normalen Atmungsverluste (Parameter  $d$ ) und damit zur Lebenserhaltung.

Simulieren Sie mit Hilfe von BORIS das dynamische Verhalten des Systems für folgende Parameter:

$$a = b = c = d = 1$$

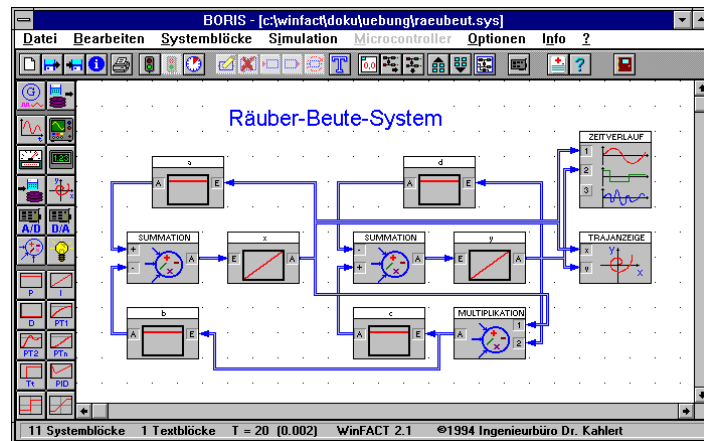
$$x(t=0) = y(t=0) = 0.1$$

$$T_{\text{Simu}} = 20, \Delta T = 0.002$$

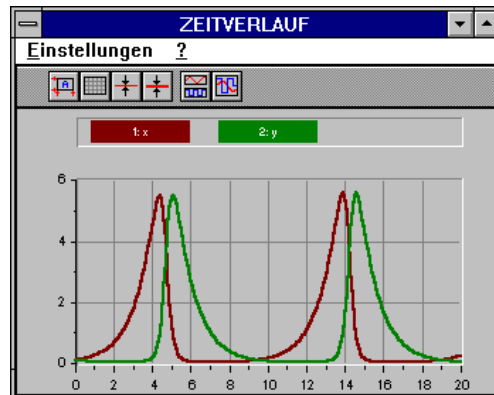
Ermitteln Sie die Zeitverläufe  $x(t), y(t)$  sowie die Trajektorie  $y(x)$ .

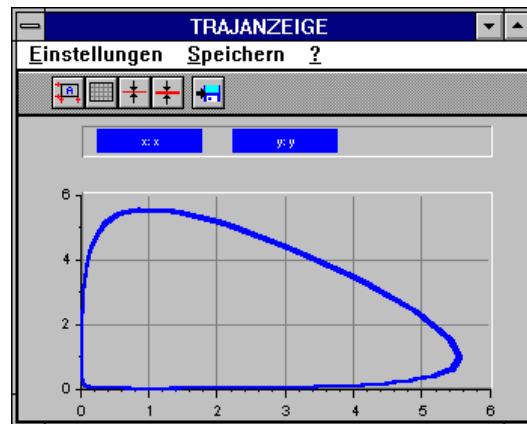
**Lösungs-  
skizze:**

Das System weist folgende Struktur auf:



Es ergeben sich für die gewählten Parameter die folgenden Verläufe:





**Zugehörige**

**Dateien:** RAEUBEUT.BSY

### Aufgabe III.2: Tourismus und Umwelt [10]

**Aufgabenstellung:**

Eine wegen ihrer natürlichen Umwelt besonders attraktive Region zieht Touristen an. Die natürliche Umwelt kann sich durch Regeneration bis an eine Kapazitätsgrenze wieder erneuern, sie wird aber durch den Tourismus belastet und teilweise zerstört. Dadurch sinkt ihre ursprüngliche Attraktivität und der Tourismus geht zurück. Diese Zusammenhänge werden beschrieben durch das Dgl.-System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -a x + b y \\ \dot{y} &= d y(1 - y/k) - c x\end{aligned}$$

Darin ist

- $x$ : normierte Touristenzahl
- $y$ : Umweltqualität
- $a$ : spezifische Touristenverlustrate
- $b$ : Werbewirkung
- $c$ : spezifische Rate der Umweltzerstörung
- $d$ : spezifische Rate der Umwelterholung
- $k$ : Tragfähigkeit der Umwelt

Die Attraktivität einer Region hängt von ihrem Umweltzustand ab und kann noch durch Werbung (Parameter  $b$ ) verstärkt werden. Der Touristenzustrom ist proportional dieser Attraktivität (Term  $by$ ) und erhöht die Touristenpopulation  $x$ . Diese hat ständige Verluste (Parameter  $a$ ) durch abreisende Touristen. Die Umweltbeeinträchtigung durch die Touristen hängt von der Touristenzahl und dem Umweltzustand selbst ab und ist daher proportional zu  $xy$  und einer spezifischen Belastungsrate  $c$ . Alleingelassen würde die Umwelt sich nach anfänglicher Beeinträchtigung wieder bis an die Kapazitätsgrenze  $k$  mit einer spezifischen Regenerationsrate  $d$  regenerieren.

Ermitteln Sie die Zeitverläufe  $x(t)$ ,  $y(t)$  mit BORIS für folgende Parameter:

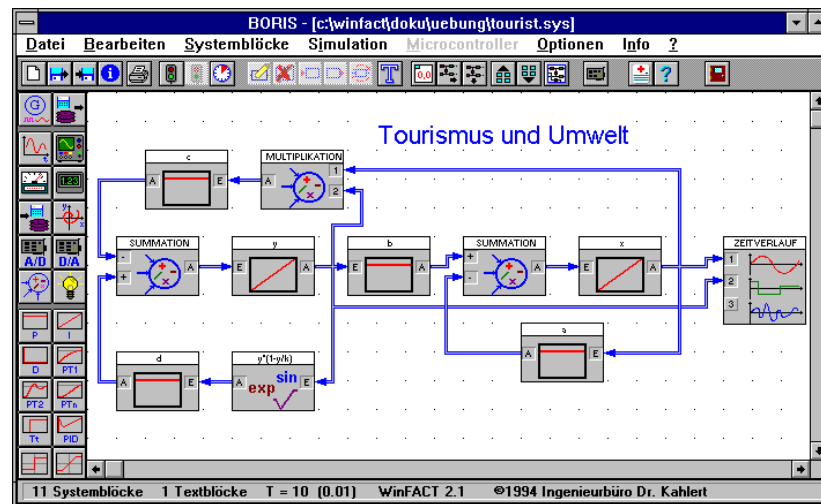
$$a = c = d = k = 1 \quad b = 5$$

$$x(t=0) = 0.1 \quad y(t=0) = 1$$

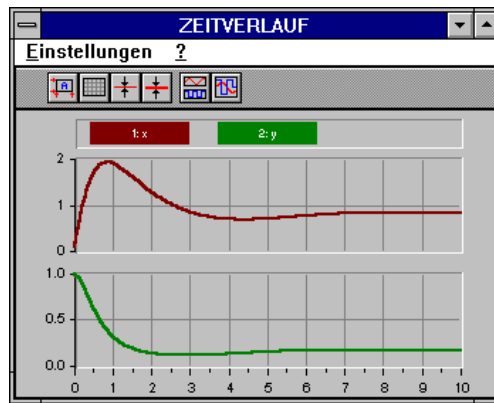
$$T_{\text{Simu}} = 10, \Delta T = 0.01$$

**Lösungs-  
skizze:**

Das System weist folgende Struktur auf:



Es ergeben sich folgende Ergebnisse:



Zugehörige

Dateien: TOURIST.BSY

### Aufgabe III.3: Rotationspendel [10]

**Aufgabenstellung:**

Ein masseloser, starrer Stab der Länge  $r$  ist in einem Endpunkt drehbar gelagert, so daß er in einer senkrechten Ebene rotieren kann. Am anderen Ende des Stabs befindet sich eine punktförmige Masse  $m$ . Wird das Pendel anfangs mit hoher Winkelgeschwindigkeit  $y$  angestoßen, so kann es mehrfach um den Drehpunkt rotieren, bevor es schließlich nach einigem mit der Dämpfung  $d$  gedämpften Hin- und Herpendeln am unteren Totpunkt zum Stillstand kommt. Das System wird beschrieben durch das Dgl.-System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -\frac{g}{r} \sin x - \frac{d}{m} y \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

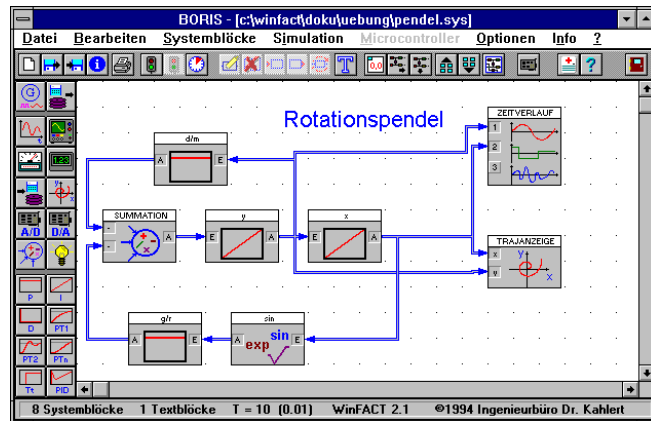
$x$  ist die Winkelauslenkung des Pendels.

Ermitteln Sie mit Hilfe von BORIS den Trajektorienverlauf  $y(x)$  für folgende Parameter:

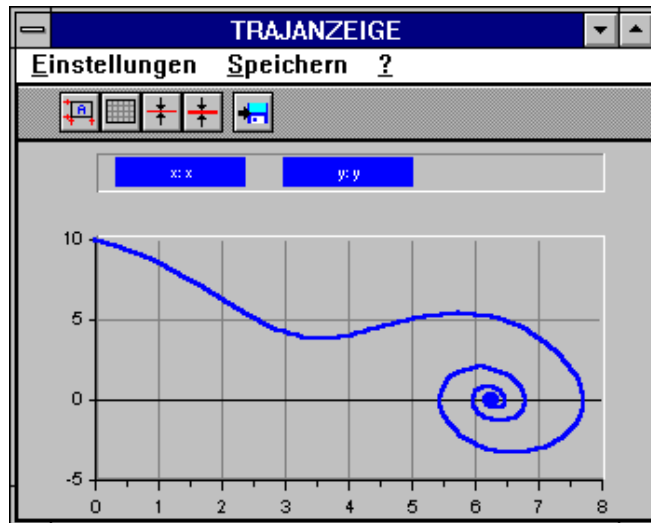
$$\begin{aligned}m &= r = d = 1 \\ x(t=0) &= 0 \\ y(t=0) &= 10 \\ T_{\text{Simu}} &= 10, \Delta T = 0.01\end{aligned}$$



**Lösungs-  
skizze:** Das System weist folgende Simulationsstruktur auf:



Man erhält die nachfolgenden Ergebnisse:



**Zugehörige  
Dateien:** PENDEL.BSY

### Aufgabe III.4: Chaotischer bistabiler Schwinger [10]

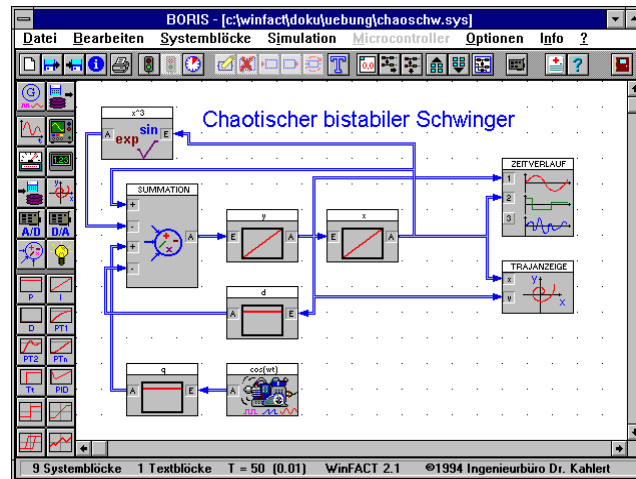
**Aufgabenstellung:** Das System besteht im Kern aus einem linearen Schwinger, bei dem jedoch eine negative Rückkopplung von  $x^3$  auf  $y$  besteht. Das System wird sinusförmig erregt. Es ergibt sich auf diese Weise eine chaotische Bewegung. Das zugehörige Dgl.-System lautet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= x - x^3 - d x + q \cos \omega t\end{aligned}$$

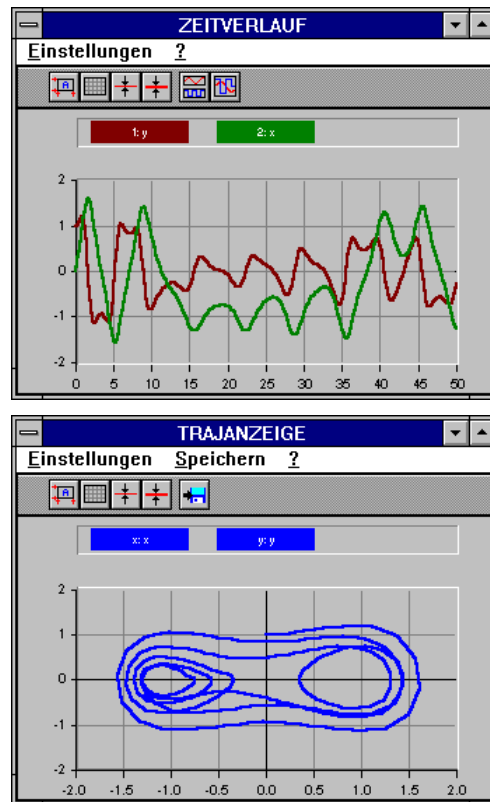
Ermitteln Sie die Zeitverläufe  $x(t)$ ,  $y(t)$  sowie den Trajektorienverlauf für folgende Parameter:

$$\begin{aligned}d &= 0.25 \quad q = 0.3 \quad \omega = 1 \\ x(t=0) &= 0 \quad y(t=0) = 1 \\ T_{\text{Simu}} &= 50, \quad \Delta T = 0.01\end{aligned}$$

**Lösungsskizze:** Das Simulationssystem weist die folgende Struktur auf:



Es ergeben sich folgende Simulationsergebnisse:



Zugehörige

Dateien: CHAOSCHW.BSY

### Aufgabe III.5: Lorenz-System [10]

**Aufgabenstellung:** Das Lorenz-System ist eine angenäherte Darstellung der hydro-thermodynamischen Grundgleichungen für die Kopplung von Wärmekonvektion und Wärmeleitung bei Flüssigkeitsströmungen. Die Zustandsgröße  $x$  beschreibt das Geschwindigkeitsprofil, die Zustandsgrößen  $y$  und  $z$  die Temperaturverteilung. Liegen die Parameter in einem gewissen Bereich, so weist das System chaotisches Verhalten auf.

Das Dgl.-System lautet

$$\dot{x} = a(y - x)$$

$$\dot{y} = -xz + bx - y$$

$$\dot{z} = xy - cz$$

Ermitteln Sie mit Hilfe von BORIS die Zeitverläufe  $x(t), y(t), z(t)$  für:

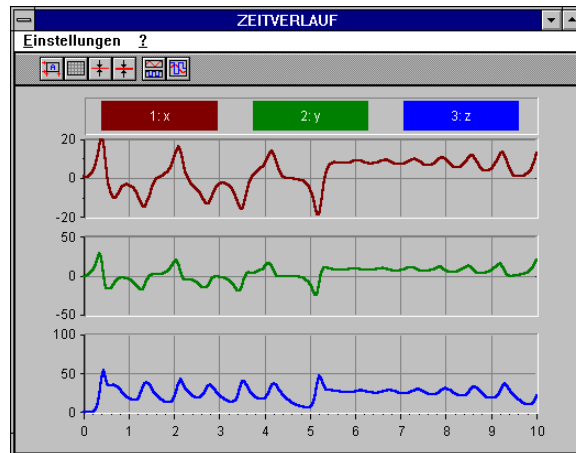
$$a = 10, b = 28, c = 2.667$$

$$x(t=0) = 1, y(t=0) = z(t=0) = 0$$

$$T_{\text{Simu}} = 10, \Delta T = 0.01$$

**Lösungs-  
skizze:**

Es ergeben sich folgende Simulationsergebnisse:



**Zugehörige**

**Dateien:** LORENZ.BSY

### Aufgabe III.6: Verkoppelte Dynamos [10]

**Aufgaben-  
stellung:**

Zwei identische Dynamos sind miteinander gekoppelt, wobei der Strom des einen Dynamos jeweils das magnetische Feld des anderen erregt. Die Ströme in den beiden Stromkreisen sind die Zustandsgrößen  $x$  und  $y$ . Die Zustandsgröße  $z$  ist die Rotationsgeschwindigkeit für den Dynamo  $x$ . Der Parameter  $c$  gibt die Differenz der Rotationsgeschwindigkeiten beider Dynamos an. Das System weist chaotisches Verhalten auf. Das Dgl.-System lautet

$$\dot{x} = z y - a x$$

$$\dot{y} = (z - c)x - a y \quad c = a(b^2 - 1/b^2)$$

$$\dot{z} = 1 - x y$$

Ermitteln Sie die Verläufe der drei Zustandsgrößen für folgende Parameter:

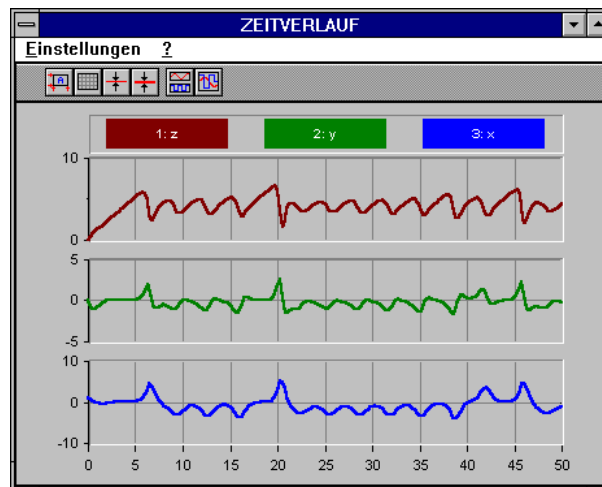
$$a = 1, \quad b = 2$$

$$x(t = 0) = 1$$

$$y(t = 0) = z(t = 0) = 0$$

$$T_{\text{Simu}} = 50, \quad \Delta T = 0.01$$

**Lösungs-  
skizze:** Man erhält folgende Simulationsergebnisse:



**Zugehörige  
Dateien:** DYNAMOS.BSY

### Aufgabe III.7: Lissajous-Figuren

**Aufgaben-  
stellung:** Gegeben seien die beiden Zeitfunktionen

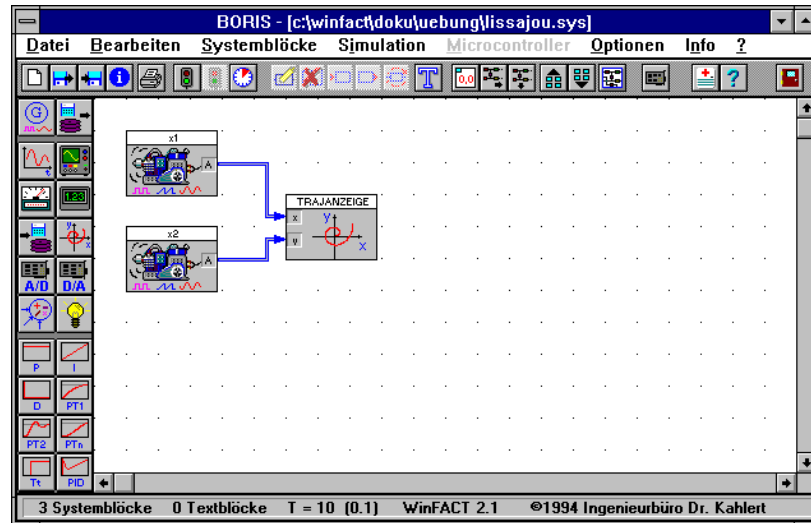
$$x_1(t) = \sin t$$

$$x_2(t) = \sin n t$$

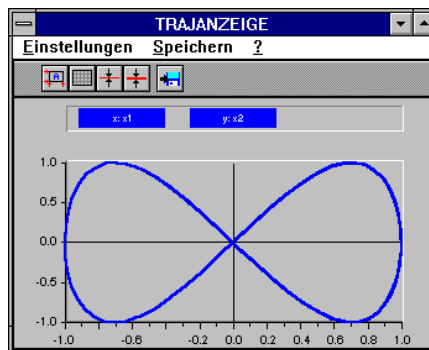
Ermitteln Sie die Trajektorienverläufe  $x_2(x_1)$  für  $n = 2, 4$  und  $6$  und eine Simulationsdauer von 10.

**Lösungs-  
skizze:**

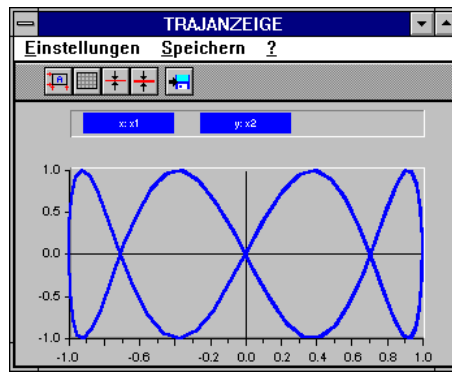
Zur Lösung mit Hilfe von BORIS werden zwei Generatoren, die als Sinusgeneratoren betrieben werden, sowie eine Trajektorianzeige benötigt.



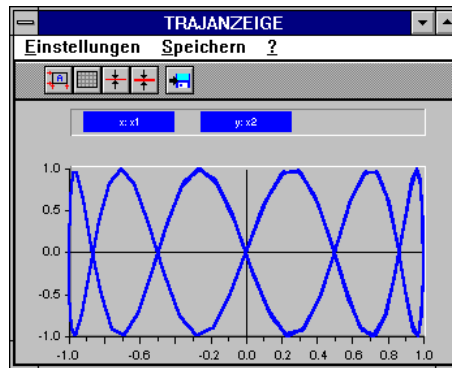
Je nach Wahl von  $n$  erhält man die bekannten Lissajous-Figuren:



$n = 2$



$n = 4$



$n = 6$

**Zugehörige**

**Dateien:** LISSAJOU.BSY

### Aufgabe III.8: Van der Pol - Differentialgleichung [12]

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei die Van der Pol - Differentialgleichung

$$\ddot{y} + \varepsilon(y^2 - 1)\dot{y} + y = 0$$

Berechnen Sie mit Hilfe von BORIS die Lösung der Dgl. für folgende Parameter:

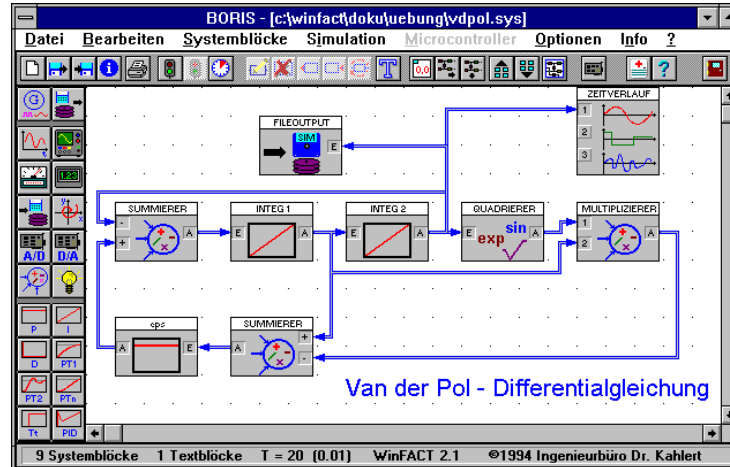
$$y(t=0) = 2 \quad \dot{y}(t=0) = 0$$

$$\varepsilon = 0, 2, 5$$

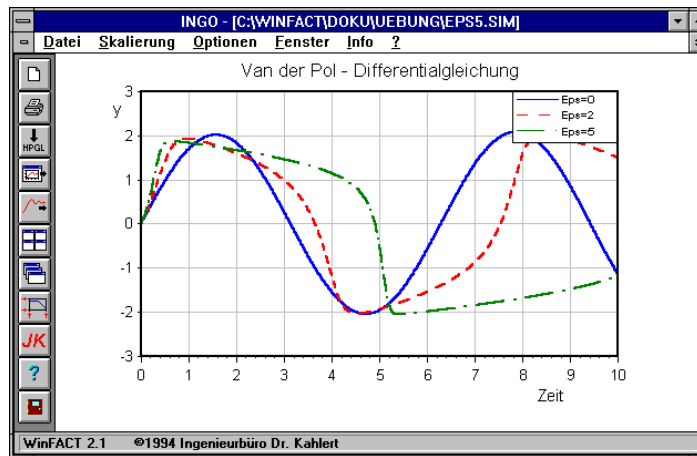
$$T_{\text{Simu}} = 20, \Delta T = 0.01$$

**Lösungs-  
skizze:**

Das System ist zweiter Ordnung und weist folgende Struktur auf:



Die Simulationsergebnisse für die unterschiedlichen Werte von  $\varepsilon$  werden zweckmäßigerweise in einer Datei abgespeichert und können dann mit INGO verglichen werden. Man erhält folgende Ergebnisse:





Der Wert des Parameters  $\varepsilon$  ist maßgeblich verantwortlich für das nichtlineare Verhalten des Systems. Für den Sonderfall  $\varepsilon = 0$  erhält man einen linearen Oszillator.

**Zugehörige**

**Dateien:** VDPOL.BSY

### Aufgabe III.9: Fast-Fourier-Transformation

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei die Van der Pol - Differentialgleichung

$$\ddot{y} + \varepsilon(y^2 - 1)\dot{y} + y = 0$$

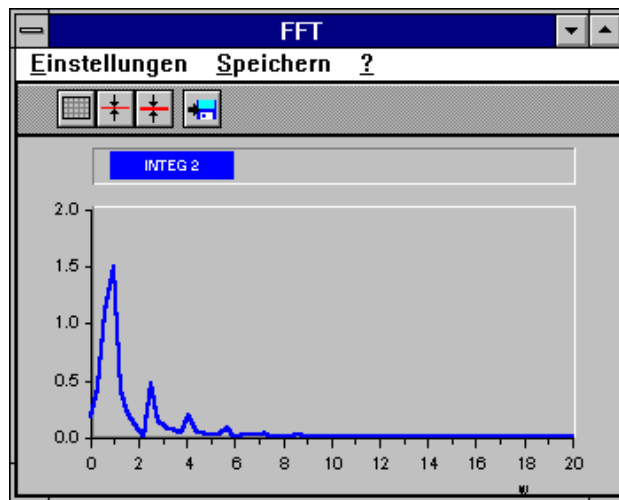
Berechnen Sie mit Hilfe von BORIS das Amplitudenspektrum von  $y(t)$  für folgende Parameter:

$$y(t=0) = 2 \quad \dot{y}(t=0) = 0$$

$$\varepsilon = 0, 2, 5$$

$$T_{\text{Simu}} = 20, \quad \Delta T = 0.01$$

**Lösungsskizze:** Die aus Aufgabe II.8 bekannte Struktur wird ergänzt durch einen FFT-Block. Man erhält folgendes Ergebnis:



**Zugehörige**

**Dateien:** FFT.BSY

### Aufgabe III.10: Stabilität von Integrationsverfahren [12]

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein  $PT_1$ -Glieder mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

und den Parametern

$$K = 1, T = 2$$

Simulieren Sie das Verhalten des freien Systems, d. h. für den Fall  $u(t) \equiv 0$ , bei einer Anfangsauslenkung von  $y(0) = 1$  für verschiedene Simulationsschrittweiten  $\Delta T$

- mit dem Euler-Verfahren
- mit dem Runge-Kutta-Verfahren.

Vergleichen Sie die erhaltenen Ergebnisse mit der exakten Lösung

$$y(t) = e^{-t/2}.$$

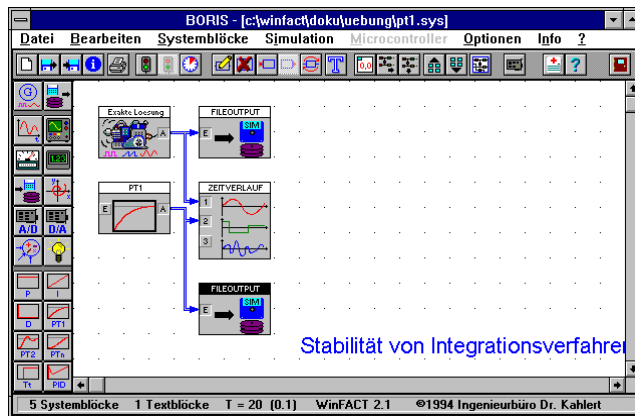
Bei welcher Simulationsschrittweite werden die Integrationsverfahren instabil?

**Lösungsskizze:**

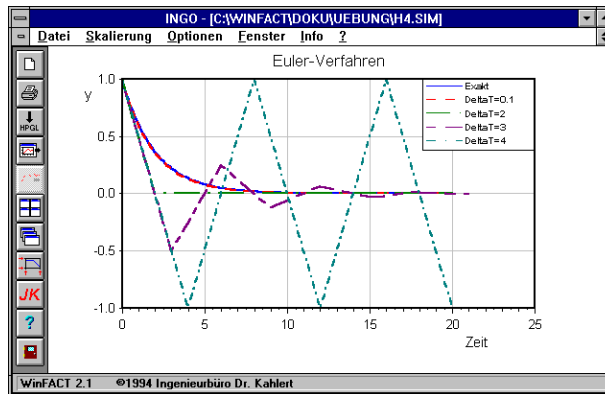
Diese Aufgabe soll verdeutlichen, welchen Einfluß die Simulationsschrittweite auf die Genauigkeit des Simulationsergebnisses hat und wie geeignete Schrittweiten in Abhängigkeit von der Dynamik des simulierten Systems zu finden sind. In der Regel gilt, daß die Schrittweite bei linearen Systemen maximal 1/10 der kleinsten Systemzeitkonstanten - in diesem Beispiel also 1/10 von 2 - betragen sollte.

Die Simulation kann mit Hilfe von BORIS durchgeführt werden. Dabei kann der Eingang des  $PT_1$ -Blocks offen bleiben. Die Ergebnisse können in Dateien abgelegt werden und dann mit INGO verglichen werden.

Die nachfolgende Grafik zeigt zunächst die Simulationsstruktur:

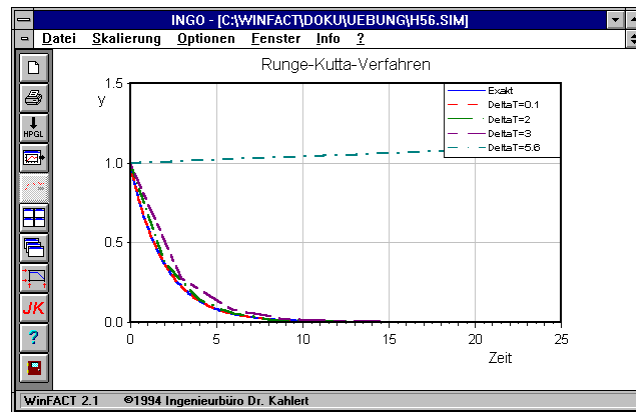


Zur Ermittlung der exakten Lösung kann ein Generator benutzt werden, der über den Funktionsparser programmiert wird. Die nachfolgende Grafik zeigt die Simulationsergebnisse, die mit Hilfe des Euler-Verfahrens ermittelt wurden. Dabei wurden Simulationsschrittweiten von  $\Delta T = 0.1, 2, 3$  und  $4$  benutzt.



Man erkennt, daß das Simulationsergebnis für die Schrittweite von  $0.1$  mit der exakten Lösung nahezu übereinstimmt. Diese Schrittweite beträgt  $1/20$  der Systemzeitkonstanten und ist daher ausreichend klein. Bei Vergrößerung von  $\Delta T$  weicht das Simulationsergebnis immer mehr von der exakten Lösung ab. Bei  $\Delta T = 4$  schließlich wird das Euler-Verfahren instabil.

Die Ergebnisse für das Runge-Kutta-Verfahren zeigt nachfolgende Grafik. Man erkennt, daß dieses Verfahren erst bei einer Schrittweite von etwa  $5.6$  instabil wird.



**Zugehörige**

**Dateien:** PT1.BSY

### Aufgabe III.11: Steife Systeme

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+100s)}.$$

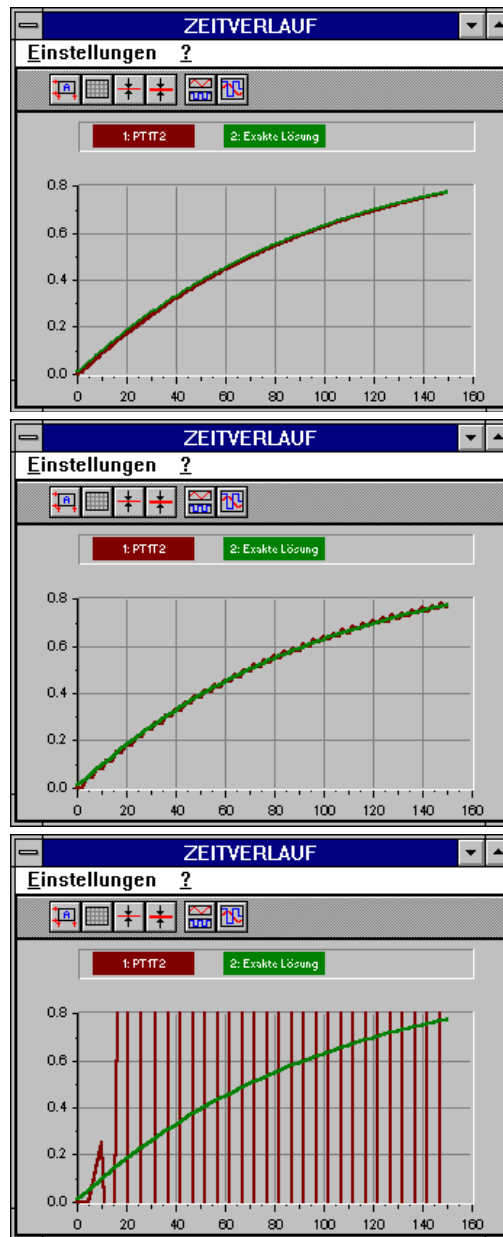
Berechnen Sie die Sprungantwort des Systems mit Hilfe des Euler-Verfahrens für die Simulationsschrittweiten  $\Delta T = 0.1, 2, 5$  bis zu einer Endzeit von 150 und vergleichen Sie die erhaltenen Ergebnisse mit der exakten Lösung

$$y(t) = 1 + \frac{1}{99} e^{-t} - \frac{100}{99} e^{-t/100}.$$

**Lösungs-  
skizze:**

Bei dem gegebenen System handelt es sich um ein steifes System mit den Zeitkonstanten  $T_1 = 1$  und  $T_2 = 100$ . Wählt man eine sehr kleine Schrittweite, so ist die Simulation zwar hinreichend genau, aber die Simulationsdauer muß extrem lang gewählt werden, um die langsame Eigenbewegung zu erfassen. Wählt man dagegen die Simulationsschrittweite groß, so wird die Simulation ungenau bzw. sogar instabil.

Man erhält folgende Simulationsergebnisse:



Ergebnisse für  $\Delta T = 0.1$  (oben),  $\Delta T = 2$  (mitte),  $\Delta T = 5$  (unten)

**Zugehörige****Dateien:** STEIFSYS.BSY

---

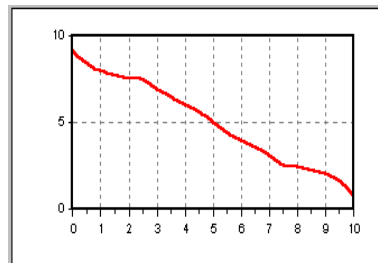
---

## Kategorie IV: Fuzzy-Logik

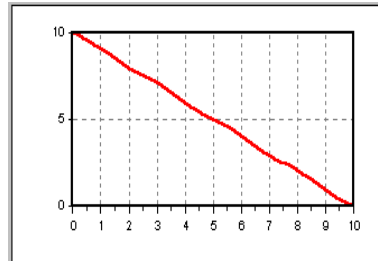
### Aufgabe IV.1: Kennlinien-Generierung

**Aufgabenstellung:** Definieren Sie eine Eingangsvariable und eine Ausgangsvariable mit jeweils fünf Sets. Teilen Sie die Sets gleichförmig auf den Bereich von null bis zehn auf, indem Sie die Standardform wählen. Versuchen Sie, folgende Kennlinien nachzubilden:

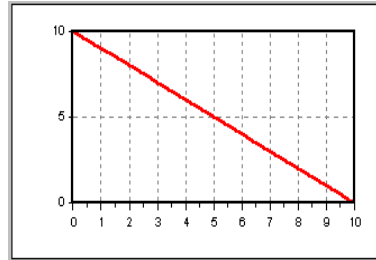
a)



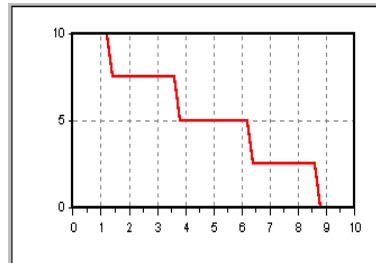
b)



c)



d)

**Lösungs-  
skizze:**

## a) Schwerpunktmethod (Max-Prod-Inferenz)

Bei der unter a) abgebildeten Kennlinie werden die Endpunkte  $(0,10)$  und  $(10,0)$  nicht erreicht. Der Kurvenverlauf weist an den Enden leichte Biegungen auf, ist sonst aber recht glatt. Die Biegungen resultieren aus den Unsymmetrien der Randsets.

## b) Modifizierte Schwerpunktmethod (Max-Min-Inferenz)

Kennlinie b) erreicht die Endpunkte. Die an den Endpunkten unter a) befindlichen Biegungen sind hier nicht mehr vorhanden, da die Randsets bei dieser Methode symmetrisch erweitert werden.

## c) Näherungsweise Schwerpunktmethod

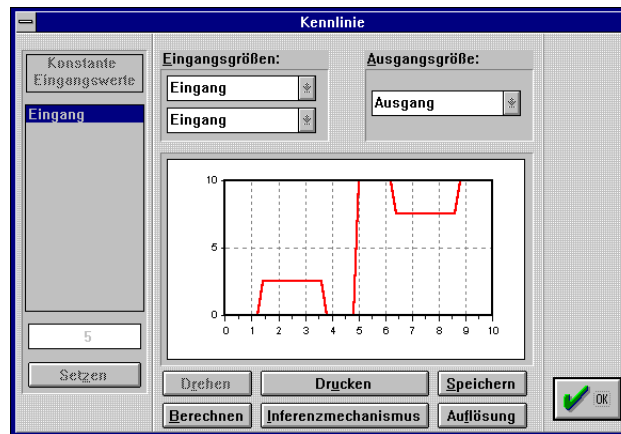
Da alle Sets bei der Schwerpunktsberechnung als Singletons betrachtet werden und diese gleichmäßig über den Wertebereich der linguistischen Variablen verteilt sind, ist der Kurvenverlauf eine Gerade von einem zum anderen Endpunkt.

## d) Maximale Höhe (rechts/links)

Die Kurve verläuft sprunghaft, da immer nur das Ausgangsset der Regel mit dem höchsten Erfülltheitsgrad zur Defuzzifizierung herangezogen wird.

**Zugehörige****Dateien:** DEFUZZY.FUZ**Aufgabe IV.2: Fuzzy-Logik mit einem Eingang und einem Ausgang**

**Aufgabenstellung:** Es gilt folgendes Problem zu lösen: Sie haben nur noch einen Eingang auf Ihrem  $\mu$ C-Board für Fuzzy-Logik frei. Verwenden Sie diesen Eingang so, daß es möglich ist, zwei unterschiedliche Signale getrennt voneinander zu verarbeiten. Definieren Sie in Ihrer linguistischen Eingangsvariablen sechs Sets von Hand und in Ihrer Ausgangsvariablen vier Sets in Standardform. Überlegen Sie, wie die Eingangs-Sets, die Regelbasis und die Defuzzifizierung aussehen müssen, wenn die folgende Kennlinie gewünscht wird:

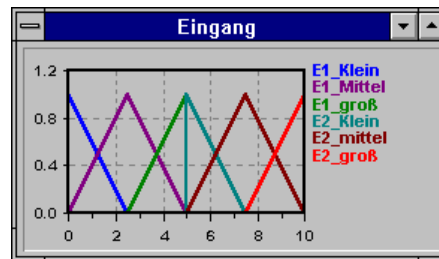


Wie müssen die einzelnen Signale verarbeitet werden, bevor sie in den Fuzzy-Baustein geleitet werden?

**Lösungs-  
skizze:**

Die Eingangssets sind folgendermaßen zu definieren:





Deutlich zu sehen ist, daß die Mitte des Wertebereiches von jeweils einem Set berührt wird. Betrachtet man nur die untere bzw. obere Hälfte des Wertebereiches, so läßt sich wieder die sonst übliche Konfiguration erkennen. Die Regelbasis dürfte nun schnell ersichtlich sein:

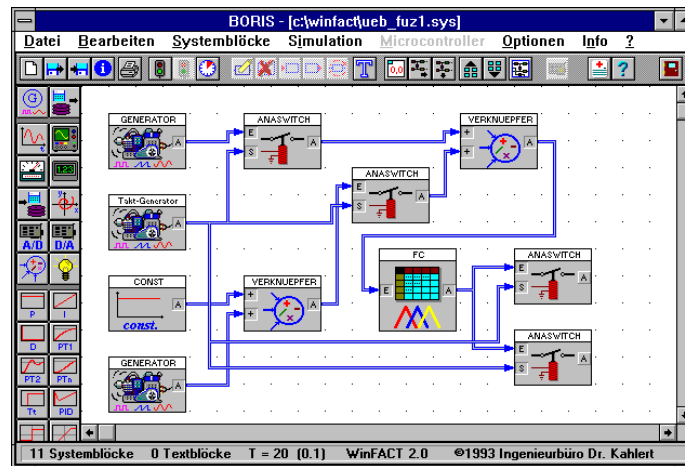
| Regelbasis-Editor |           |            |
|-------------------|-----------|------------|
| Tabelle           | Eingang   | Ausgang    |
| 1. Regel          | E1_Klein  | sehr_Klein |
| 2. Regel          | E1_Mittel | Klein      |
| 3. Regel          | E1_groß   | sehr_Klein |
| 4. Regel          | E2_Klein  | sehr_groß  |
| 5. Regel          | E2_mittel | groß       |
| 6. Regel          | E2_groß   | sehr_groß  |
| 7. Regel          |           |            |

Rechts neben der Tabelle befinden sich die folgenden Fuzzy-Mengen: E1\_Klein, E1\_Mittel, E1\_groß, E2\_Klein, E2\_mittel. Darunter befinden sich die Buttons: Löschen, Aufräumen, Sortieren, Schließen.

Unten befindet sich die Statusleiste: Regel 1, Eingang Eingang, 6 Regel(n) definier

Da die Kennlinie nur horizontale Bereiche aufweist (der endlich steile Sprung in der Mitte des Definitionsbereichs ist auf die begrenzte Auflösung der Kennlinie zurückzuführen), wird es sich bei der Defuzzifizierung um eine der Maximalen Höhe handeln (siehe Aufgabe IV.1 d).

Problematischer hingegen ist die Signalaufbereitung vor dem Fuzzy-Block. Nach Definition der linguistischen Eingangsvariablen sollten die beiden Eingangssignale unterschiedliche Amplitudenbereiche verwenden: Das erste Signal den Bereich von null bis fünf, das andere Signal den Bereich von fünf bis zehn. Sind beide Eingangssignale von gleicher Änderungsgeschwindigkeit, so erfolgt die Abtastung abwechselnd mit genügend hoher Frequenz. Ansonsten muß über einen Frequenzteiler das gewünschte Abtastverhältnis eingestellt werden. Die Eingangssignalverarbeitung kann also etwa wie folgt aussehen:



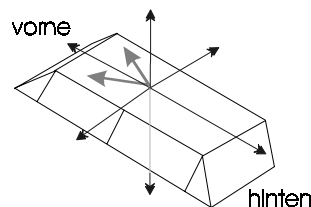
Die Ausgangssignale der beiden Relais können dann in geeigneter Weise weiterverarbeitet werden.

**Zugehörige** ZWEI\_EIN.FUZ

**Dateien:** ZWEI\_EIN.BSY

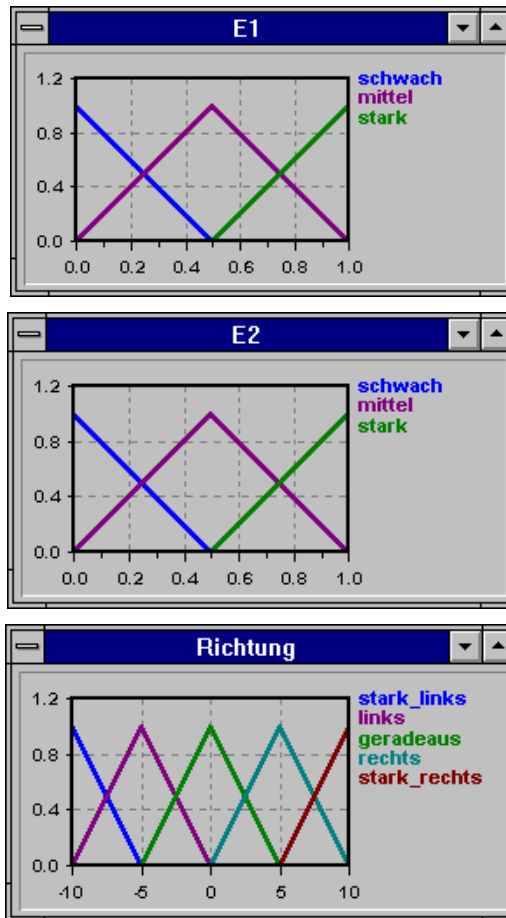
### Aufgabe IV.3: Fuzzy-Logik mit zwei Eingängen

**Aufgabenstellung:** Ein ferngesteuertes Solarspielzeugauto soll, sobald die Ladung der Akkus zur Neige geht, von selbst in eine beleuchtete Position fahren, um seine Akkumulatoren wieder aufzuladen. Das Auto hat zwei lichtempfindliche Transistoren, die auf dem Autodach in folgender Weise angebracht sind (graue Pfeile):



Stellen Sie eine Fuzzy-Logik auf, die die Lichtsuche steuert. Wählen Sie für die Eingänge drei Sets im Bereich von null bis eins, für den Ausgang fünf Sets im Bereich von -10 bis 10. Überlegen Sie, welche Defuzzifizierungsmethode am geeignetsten ist, wenn Sie den kompletten Wertebereich der Ausgangsvariablen ausnutzen wollen.

**Lösungs-  
skizze:** Die linguistischen Variablen können in Standardform angesetzt werden:



Die Regelbasis sollte so beschaffen sein, daß immer dann als Richtung geradeaus erfolgt, wenn die Eingänge beide das gleiche Set ansprechen. Es ergibt sich folgende Regelbasis:

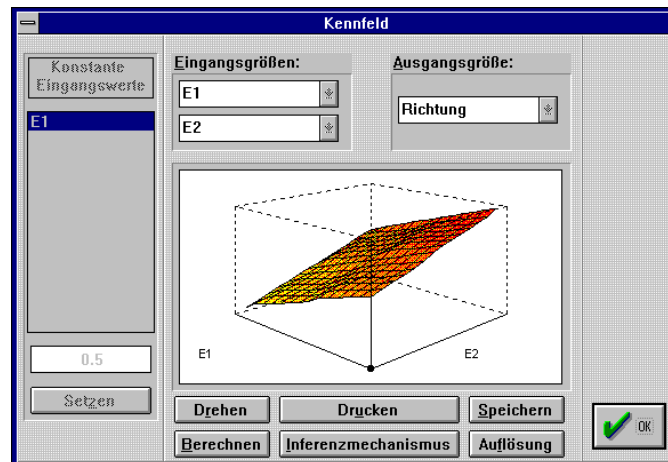
| Regelbasis-Editor |         |         |              |
|-------------------|---------|---------|--------------|
| Tabelle           | E1      | E2      | Richtung     |
| 1. Regel          | schwach | schwach | geradeaus    |
| 2. Regel          | schwach | mittel  | rechts       |
| 3. Regel          | schwach | stark   | stark_rechts |
| 4. Regel          | mittel  | schwach | links        |
| 5. Regel          | mittel  | mittel  | geradeaus    |
| 6. Regel          | mittel  | stark   | rechts       |
| 7. Regel          | stark   | schwach | stark_links  |
| 8. Regel          | stark   | mittel  | links        |
| 9. Regel          | stark   | stark   | geradeaus    |

**Löschen**  
stark\_links  
links  
geradeaus  
rechts  
stark\_rechts

Aufräumen  
Sortieren  
Schließen

3 Regeln gewählt    Ausgang Richtung    9 Regel(n) definiert

Da der gesamte Wertebereich der Ausgangsvariablen ausgeschöpft werden soll und ein möglichst gleichförmiger Kennfeldverlauf erwünscht ist (schnelle Fahrtrichtungswechsel könnten das Auto zum Schleudern bringen), stehen zwei Defuzzifizierungsmethoden zur Verfügung: die näherungsweise Schwerpunktmethod und die modifizierte Schwerpunktmethod. Die schnellere der beiden - also die näherungsweise Schwerpunktmethod - wird gewählt. Der Controller weist dann folgendes Kennfeld auf:

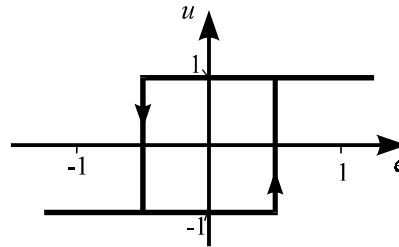


**Zugehörige Dateien:** AUTOPARK.FUZ

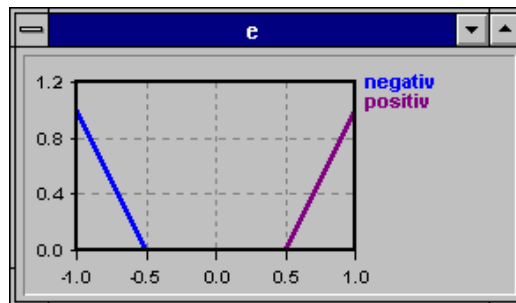
## Kategorie V: Fuzzy-Control

### Aufgabe V.1: Fuzzy-Controller mit Hysterese [2]

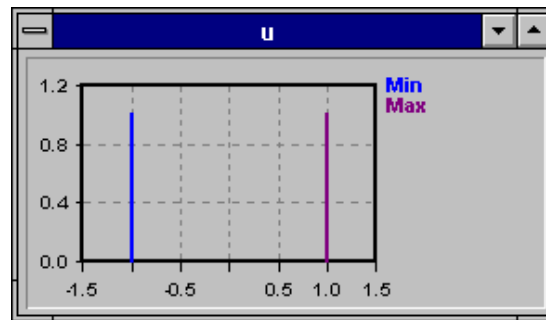
**Aufgabenstellung:** Entwerfen Sie einen Fuzzy-Controller mit der Eingangsgröße  $e(t)$  und der Ausgangsgröße  $u(t)$ , der die folgende Kennlinie mit Hysterese aufweist:



**Lösungsskizze:** Um die Hysterese zu erzeugen, darf im Eingangsgrößenbereich  $-0.5 \leq e \leq 0.5$  keine Regel aktiv sein. Der Fuzzy-Controller muß in diesem Fall die zuletzt ermittelte Stellgröße  $u$  beibehalten. Dies kann man z. B. dadurch erreichen, daß man nur zwei Fuzzy-Sets für  $e$  definiert, zwischen denen eine "Lücke" im Bereich der Hysterese ist. Die Form der Fuzzy-Sets spielt keine Rolle:

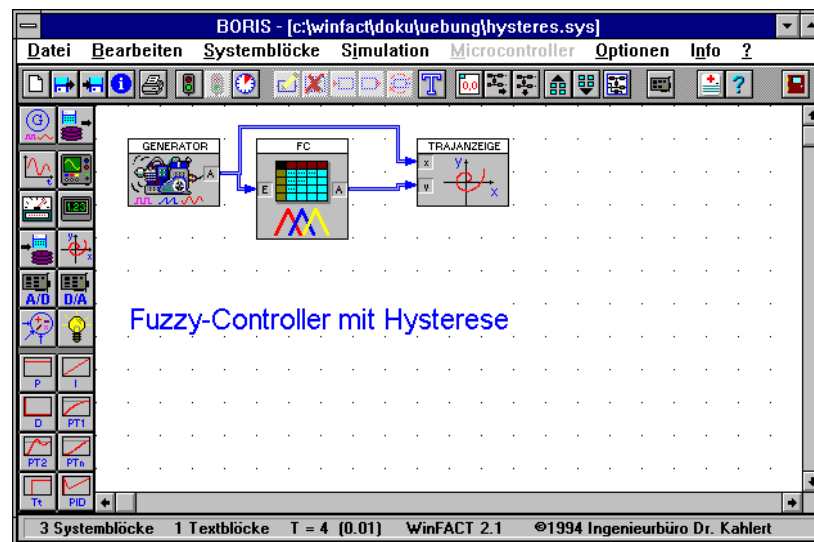


Für die Fuzzy-Sets der Stellgröße  $u$  können wir Singletons an der Stelle -1 bzw. 1 wählen:

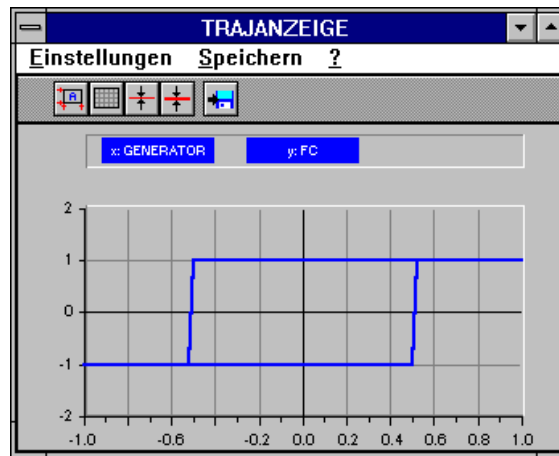


Inferenzmechanismus und Defuzzifizierungsmethode können wir beliebig wählen, da ohnehin immer nur maximal eine Regel aktiv ist.

Zum Austesten unseres Fuzzy-Controllers müssen wir BORIS benutzen (die Fuzzy-Shell FLOP kann keine Kennlinien mit Hysterese darstellen). Dazu legen wir an unseren Fuzzy-Controller eine zunächst linear von -1 auf 1 ansteigende und dann wieder auf -1 abfallende Eingangsgröße an. Ein- und Ausgangsgröße des Fuzzy-Controllers geben wir auf eine Trajektorienanzeige:



Wir erhalten den folgenden Verlauf:



**Zugehörige Dateien:** HYSTERES.FUZ  
HYSTERES.BSY

## Aufgabe V.2: Vergleich: Konventioneller P-Regler und Fuzzy-P-Regler [2]

**Aufgabenstellung:** Gegeben sei eine Reglerstrecke mit der Übertragungsfunktion

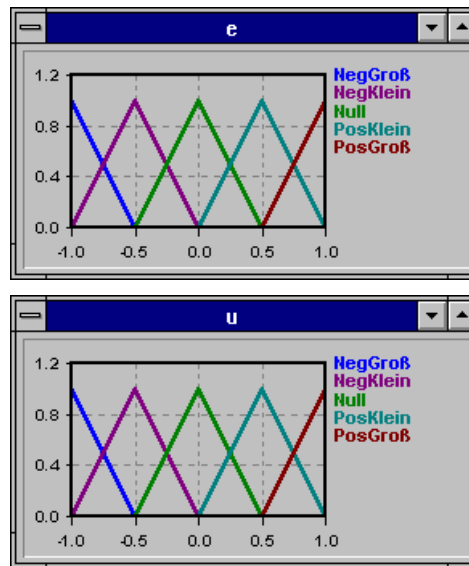
$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+2s)}.$$

Entwerfen Sie für diese Strecke einen Fuzzy-P-Regler mit jeweils fünf Fuzzy-Sets für Regelabweichung und Stellgröße in Standardform und dem Wertebereich  $[-1, 1]$ . Simulieren Sie die Sprungantwort des resultierenden Regelkreises mit Hilfe von BORIS bis zu einer Endzeit von 10 für folgende Fälle:

- Max-Min-Inferenz und modifizierte Schwerpunktmethod
- Max-Prod-Inferenz und modifizierte Schwerpunktmethod
- Max-Min-Inferenz und Maximum-Methode

Vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen eines konventionellen P-Reglers mit der Verstärkung 1.

**Lösungsskizze:** Der Fuzzy-P-Regler kann mit Hilfe von FLOP entworfen werden. Die Fuzzy-Sets haben folgende Gestalt:

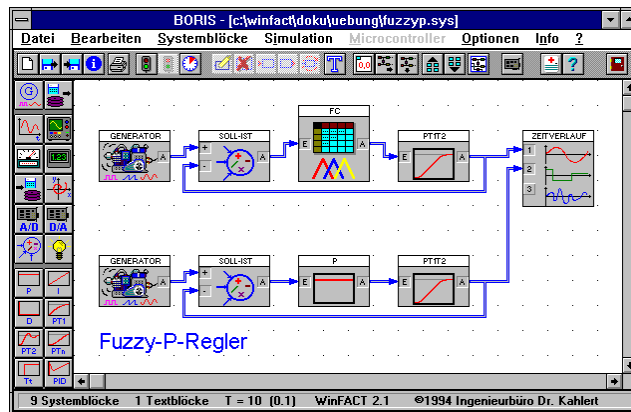


Die Regelbasis weist folgende Struktur auf:

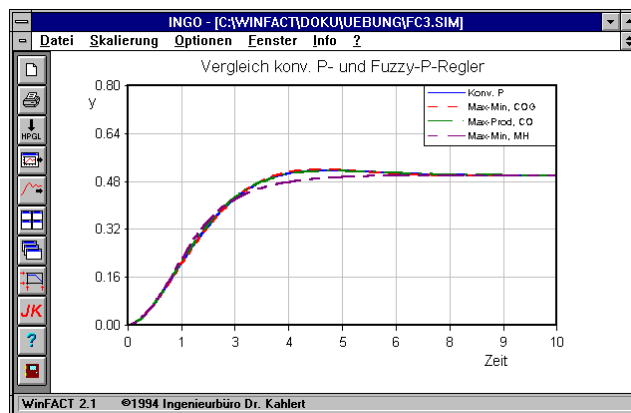
| Regelbasis-Editor                           |          |          | Löschen<br>NegGroß<br>NegKlein<br>Null<br>PosKlein<br>PosGroß<br>Aufräumen<br>Sortieren<br>Schließen |
|---|----------|----------|--|
| Tabelle                                     | e        | u        |  |
| 1. Regel                                    | NegGroß  | NegGroß  |  |
| 2. Regel                                    | NegKlein | NegKlein |  |
| 3. Regel                                    | Null     | Null     |  |
| 4. Regel                                    | PosKlein | PosKlein |  |
| 5. Regel                                    | PosGroß  | PosGroß  |  |
| 6. Regel                                    |          |          |  |
| 7. Regel                                    |          |          |  |
| Regel 5      Ausgang u      5 Regel(n) defi |          |          |  |

Die Simulation wird mit Hilfe von BORIS vorgenommen. Dabei werden beide Regelkreise (mit Fuzzy-P-Regler und mit konventionellem P-Regler) parallel simuliert:





Die Ergebnisse werden abgespeichert und können dann mit INGO verglichen werden. Man erhält folgende Verläufe:

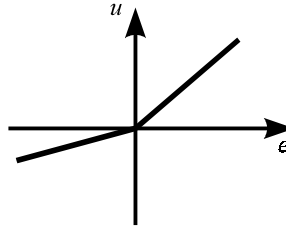


Man erkennt deutlich, daß die Fuzzy-Regler mit der Defuzzifizierung nach der Schwerpunktmethod sowohl bei Max-Min- als auch bei Max-Prod-Inferenz nahezu das gleiche Regelverhalten aufweisen wie der konventionelle P-Regler. Lediglich bei Defuzzifizierung nach der Maximum-Methode erhält man schlechtere Ergebnisse, da der Fuzzy-P-Regler in diesem Fall eine stufenförmige Kennlinie (Multirelais-Charakteristik) aufweist.

**Zugehörige Dateien:** FUZZYP.FUZ  
FUZZYP.BSY

### Aufgabe V.3: Fuzzy-Controller als Split-Range-Regler

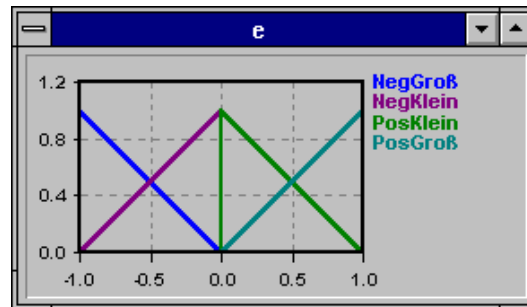
**Aufgabenstellung:** Entwerfen Sie einen Fuzzy-Controller mit der Eingangsgröße  $e$  und der Ausgangsgröße  $u$ , der unterschiedliche Verstärkungen für positive und negative Eingangsgrößen aufweist, also eine Kennlinie folgender Form besitzt:



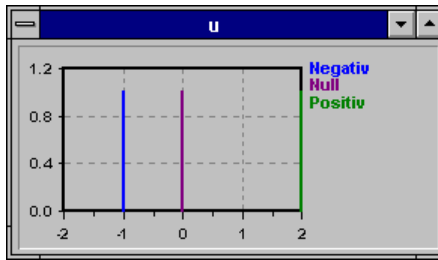
Die Verstärkung für negative Eingangsgrößen soll 1, die für positive Eingangsgrößen 2 betragen.

**Lösungsskizze:** Eine der möglichen Lösungen sieht folgendermaßen aus:

Die Fuzzy-Sets für  $e$  werden wie folgt gewählt:



Für die Stellgröße  $u$  werden Singletons gewählt, die an den Stellen -1, 0 und 2 liegen:



Die Regelbasis schließlich hat folgende Struktur:

| Regelbasis-Editor |          |         |
|-------------------|----------|---------|
| Tabelle           | e        | u       |
| 1. Regel          | NegGroß  | Negativ |
| 2. Regel          | NegKlein | Null    |
| 3. Regel          | PosKlein | Null    |
| 4. Regel          | PosGroß  | Positiv |
| 5. Regel          |          |         |
| 6. Regel          |          |         |
| 7. Regel          |          |         |
| 8. Regel          |          |         |

**Löschen**

NegGroß  
NegKlein  
PosKlein  
PosGroß

**Aufräumen**

**Sortieren**

**Schließen**

Regel 1      Eingang e      4 Regel(n) defir

Als Inferenzart wird Max-Min-Inferenz und zur Defuzzifizierung die Schwerpunktmethod für Singletons gewählt.

**Zugehörige**

**Dateien:** SPLITRAN.FUZ

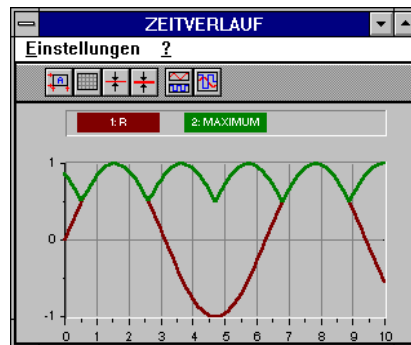
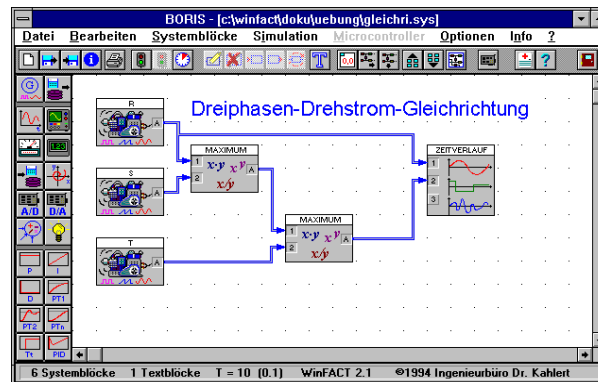
## Kategorie VI: Meßtechnik

### Aufgabe VI.1: Dreiphasen-Drehstrom-Gleichrichtung

**Aufgabenstellung:** Geben Sie eine Schaltung zur Einweggleichrichtung eines Dreiphasen-Drehstroms an.

**Lösungs-  
skizze:**

Die Gleichrichtung der drei Phasen kann über zwei Funktionsblöcke vorgenommen werden, die jeweils das Maximum zweier Eingangsgrößen bestimmen. Die nachfolgenden Bilder verdeutlichen die Struktur und den resultierenden Signalverlauf.

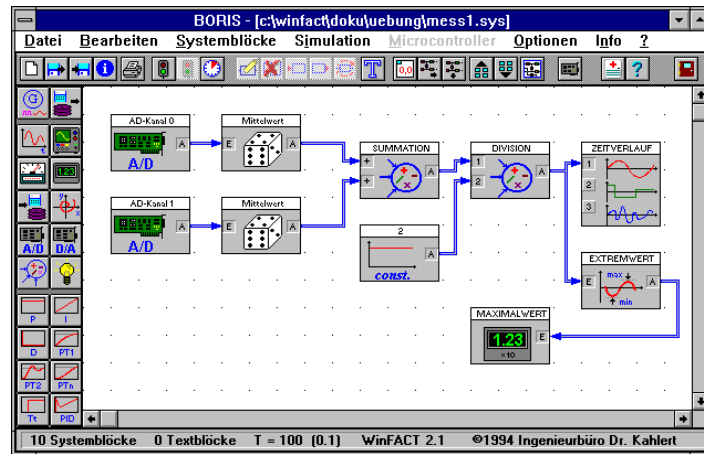
**Zugehörige**

**Dateien:** GLEICHRI.BSY

**Aufgabe VI.2: Meßtechnische Erfassung von Signalen****Aufgaben-  
stellung:**

Lesen Sie zwei Signale über die A/D-Wandlerkarte ein und bestimmen Sie deren Mittelwert. Geben Sie den Mittelwert als Funktion über der Zeit aus. Zusätzlich soll das bisherige Maximum auf einer Digitalanzeige sichtbar gemacht werden.

**Lösungs-  
skizze:** Folgender Schaltungsaufbau löst die Aufgabe:

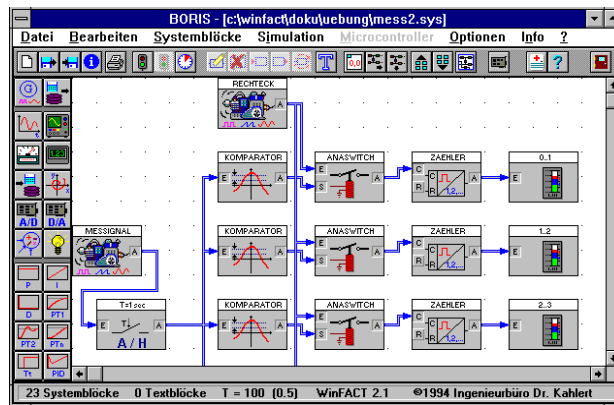


**Zugehörige  
Dateien:** MESS1.BSY

### Aufgabe VI.3: Statistische Auswertung durch Balkendiagramme

**Aufgaben-  
stellung:** Ein stochastisches analoges Signal soll mit der Abtastzeit  $\Delta T = 1$  abgetastet werden. Man weiß, daß dieses Signal im Durchschnitt alle Werte von 0 bis 5 mit unterschiedlicher, aber bekannter Häufigkeit durchläuft. Verschaffen Sie sich einen Überblick, ob das Signal korrekt abgetastet wird, indem Sie das Signal in fünf gleichgroße Klassen einteilen und sich die Anzahl der Elemente der Klassen über Balkendiagramme anzeigen lassen. Realisieren Sie dazu eine Schaltung, die ohne Integrierer auskommt.

**Lösungs-  
skizze:** Die Klasseneinteilung erfolgt durch Komparatoren, die wiederum an Vorwärtszähler angeschlossen sind. Da die Zähler flankengetriggert sind, müssen die statischen Komparatorpegel über ein Relais und einen als Rechteckgenerator betriebenen Generator in Impulse umgewandelt werden. Damit die Schaltung ordnungsgemäß arbeitet, darf die Simulationsschrittweite höchstens die Hälfte der gewählten Abtastzeit - hier also maximal 0.5 - betragen.



Die angegebene Struktur ist nur eine mögliche Lösung. Eine andere Lösung, die mit weniger Blöcken auskommt, besteht darin, auf die Relais zu verzichten und stattdessen das abgetastete Signal hinter dem A/H-Glied mit dem Signal des Rechteckgenerators zu multiplizieren. Der Rechteckgenerator muß in diesem Fall allerdings die Amplitude 1 aufweisen.

#### Zugehörige

Dateien: MESS2.BSY

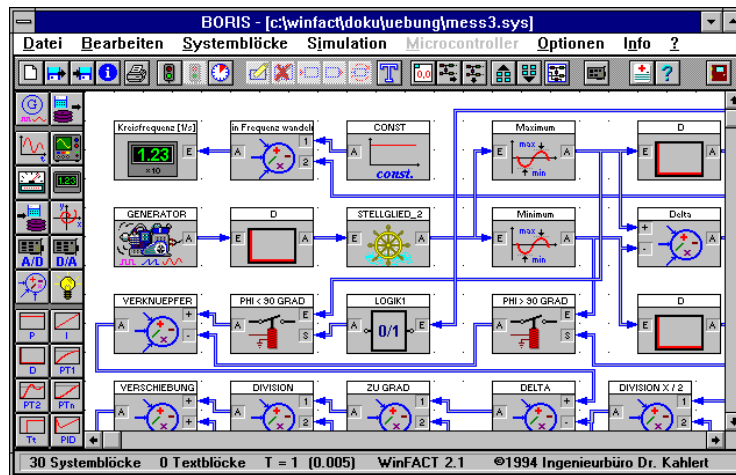
### Aufgabe VI.4: Messung von Phase und Frequenz

#### Aufgabenstellung:

Es ist ohne weiteres möglich, sich die Frequenz und die Phasenverschiebung eines Sinussignals über den Oszillographen anzusehen. Der Nachteil dabei ist, daß die Zeitauflösung des Oszillographen stets neu gesetzt werden muß, sobald Sie ein Eingangssignal mit anderer Frequenz anlegen. In diesem Beispiel soll versucht werden, die Frequenz und die Phasenverschiebung auf den Digitalanzeigen sichtbar zu machen. So entfällt das Einstellen des Oszillographen und man kann die Werte unmittelbar ablesen. Entwerfen Sie eine Schaltung, die diese Aufgabe erledigt.

#### Lösungsskizze:

Durch das Inkrementieren bzw. Dekrementieren während der positiven bzw. negativen Halbwelle (Stellglied<sub>2</sub>) erhalten wir einen Maximal- und Minimalwert, in denen die komplette benötigte Information vorhanden ist. Der Offsetwert dieser Dreiecksfunktion kann zur Phasenverschiebung, der Spitze-Spitze-Wert zur Frequenzumrechnung herangezogen werden. Nachfolgende Grafik zeigt einen Ausschnitt der Schaltung:



**Zugehörige**

**Dateien:** MESS3.BSY

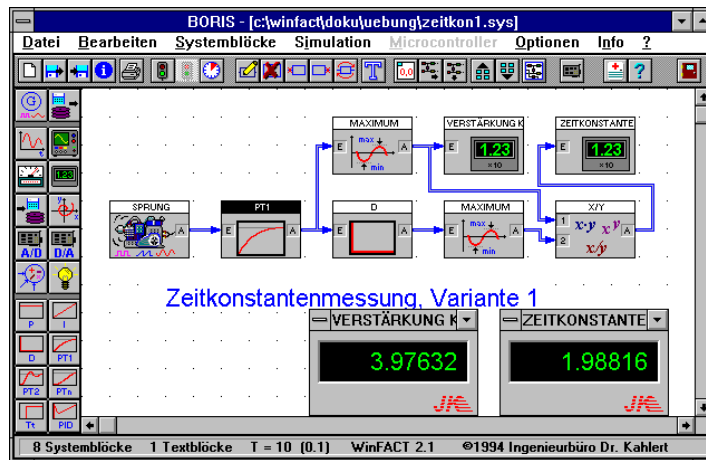
### Aufgabe VI.5: Meßtechnische Bestimmung der $PT_1$ -Zeitkonstante

**Aufgabenstellung:** Gesucht ist eine Schaltung zur meßtechnischen Bestimmung der Zeitkonstante eines  $PT_1$ -Glieds

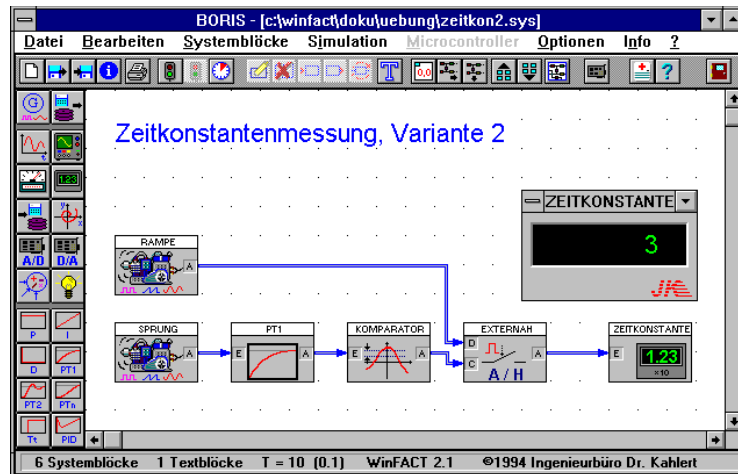
$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

anhand der Sprungantwort.

**Lösungs-skizze:** Es existiert eine Vielzahl von Lösungsmöglichkeiten. Eine Variante besteht darin, die Sprungantwort zu differenzieren und davon das Maximum, d. h. die Anfangssteigung der Sprungantwort, zu bestimmen. Dieser Wert entspricht  $K/T$ . Damit die Schaltung für beliebiges  $K$  funktioniert, muß die Verstärkung ebenfalls bestimmt werden, indem das Maximum der Sprungantwort selbst erfaßt wird. Ein Funktionsblock ermittelt dann aus beiden Maxima die Zeitkonstante:



Eine andere Variante besteht darin, den Zeitpunkt zu bestimmen, an dem die Sprungantwort den Wert  $K(1 - 1/e)$  erreicht:



Diese Variante funktioniert jedoch nur dann, wenn die Verstärkung  $K$  des  $PT_1$ -Glieds bekannt ist, da diese im Komparator berücksichtigt werden muß.

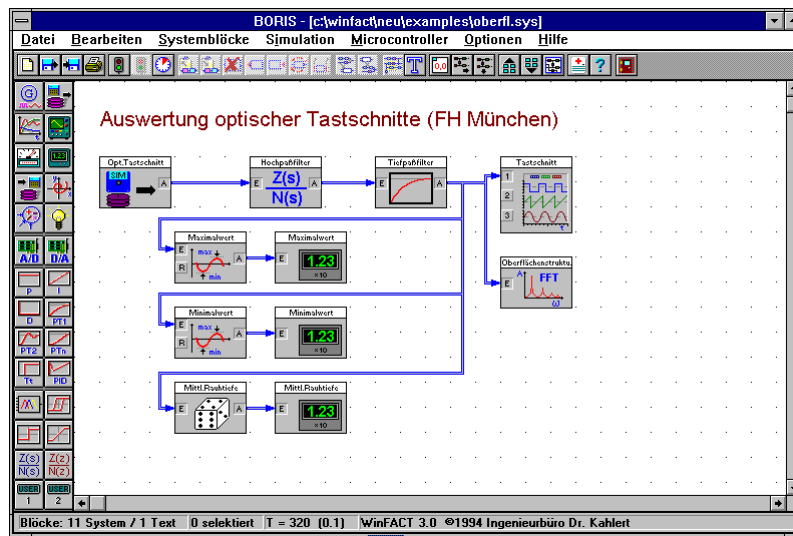
**Zugehörige Dateien:** ZEITKON1.BSY  
ZEITKON2.BSY



## Aufgabe VI.6: Auswertung optischer Tastschnitte [11]

**Aufgabenstellung:** Gesucht ist eine Schaltung zur Auswertung optischer Tastschnitte, die in Dateien vom Typ SIM abgelegt sind. Es soll nach einer Bandfilterung des Tastschnitts das Amplitudenspektrum der Oberfläche visualisiert sowie minimale, maximale und mittlere Rauhtiefe ermittelt werden.

**Lösungsskizze:** Die Ermittlung wird mit BORIS vorgenommen. Zur Filterung wird ein Übertragungsfunktions-Block mit nachgeschaltetem  $PT_1$ -Glieder benutzt. Die Auswertungsstruktur sieht wie folgt aus:



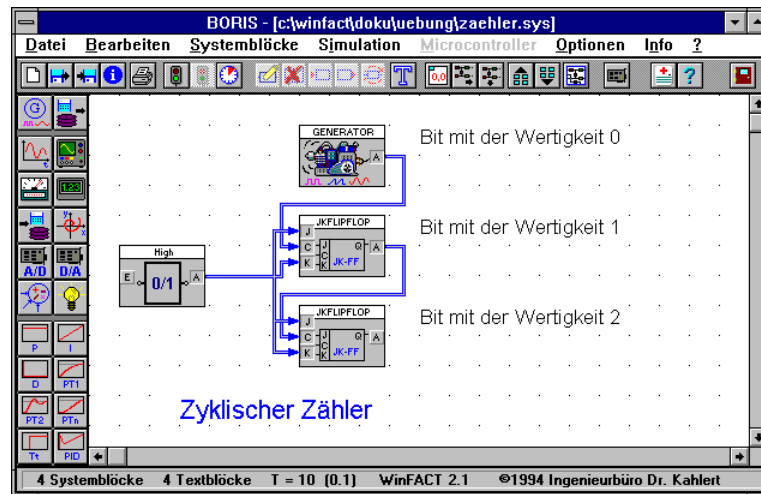
**Zugehörige Dateien:** OBERFL.BSY  
OBERFL.SIM

## Aufgabe VI.7: A/D-Wandlung nach dem Dual-Slope-Verfahren [11]

**Aufgabenstellung:** Erstellen Sie eine BORIS-Simulationsstruktur, die die Wirkungsweise eines A/D-Wandlers nach dem Dual-Slope-Prinzip darstellt.

**Lösungsskizze:** Nachfolgende Struktur zeigt einen Ausschnitt einer geeigneten Simulationsstruktur.





**Zugehörige**

**Dateien:** ZAEHLER.BSY

## Aufgabe VII.2: 2 Bit-Addierer-Stufe

**Aufgabenstellung:** Es ist ein Addierer für zwei positive 2-Bit-Binärzahlen zu erstellen. Beachten Sie dabei die möglichen Überträge. Das Ergebnis soll eine 3-Bit-Binärzahl sein. Wandeln Sie diese Schaltung anschließend so um, daß Sie das Ergebnis in eine 2-Bit-Binärzahl mit Overflow-Flag ablegen.

**Lösungsskizze:** Die erste 2-Bit-Zahl sei  $A_2 A_1$ , die zweite  $B_2 B_1$ . Dann berechnet sich die Summe  $C_2 C_1 = A_2 A_1 + B_2 B_1$  wie folgt:

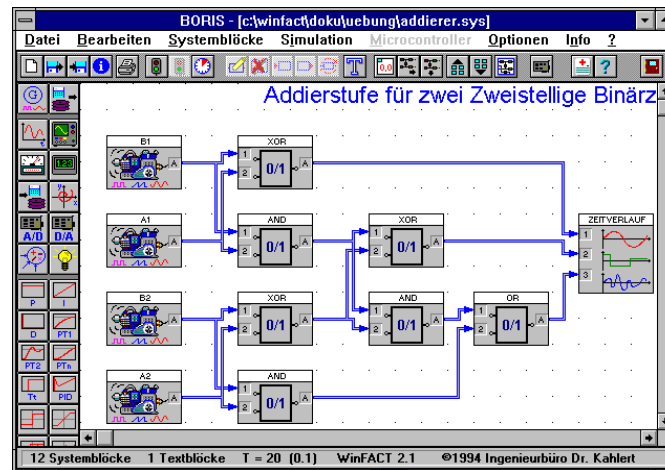
$$C_1 = A_1 \oplus B_1$$

$$C_2 = (A_1 \wedge B_1) \oplus (A_2 \oplus B_2)$$

Das Overflow-Flag berechnet sich wie folgt:

$$C_3 = (A_2 \wedge B_2) \vee ((A_2 \oplus B_2) \wedge (A_1 \wedge B_1))$$

Wir kommen demnach zu folgender Schaltung:



**Zugehörige**

**Dateien:** ADDIERER.BSY

### Aufgabe VII.3: Codewandlung: Graycode → Dualcode

**Aufgabenstellung:** Eine Steueranlage, die über ein Scheibensystem einen Graycode mit drei Kohlebürsten abtastet, soll mit dem PC verbunden werden. Auf dem PC soll die momentane Stellung der Abtastung sichtbar werden. Entwerfen Sie eine entsprechende Schaltung, die die Codewandlung übernimmt.

**Lösungsskizze:** Es sei  $g_2g_1g_0$  die Zahl im Graycode und  $d_2d_1d_0$  die zugehörige Dualzahl. Dann gilt folgende Umwandlungstabelle:

| Gray  |       |       | Dual  |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $g_2$ | $g_1$ | $g_0$ | $d_2$ | $d_1$ | $d_0$ |
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 0     | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 1     | 1     | 1     | 1     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 1     | 1     |

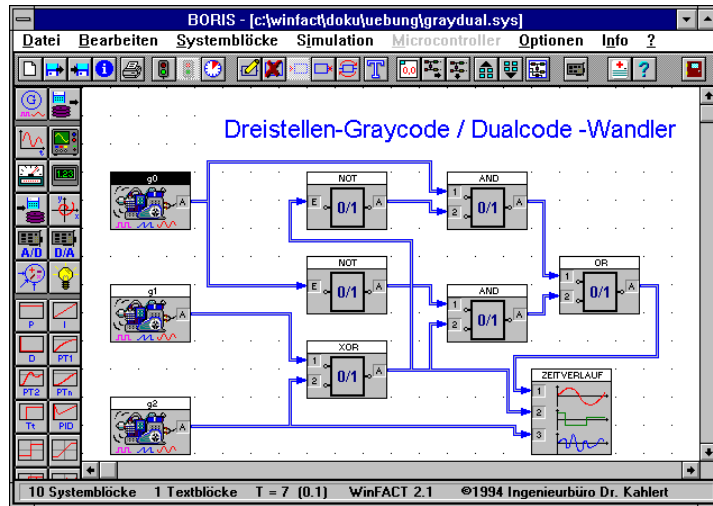
Aus dieser Tabelle lassen sich folgende Beziehungen ermitteln:

$$d_2 = g_2$$

$$d_1 = g_1 \neq g_2$$

$$d_0 = (g_0 \wedge (g_1 = g_2)) \vee (\overline{g_0} \wedge (g_1 \neq g_2))$$

Dies entspricht folgender Systemstruktur:



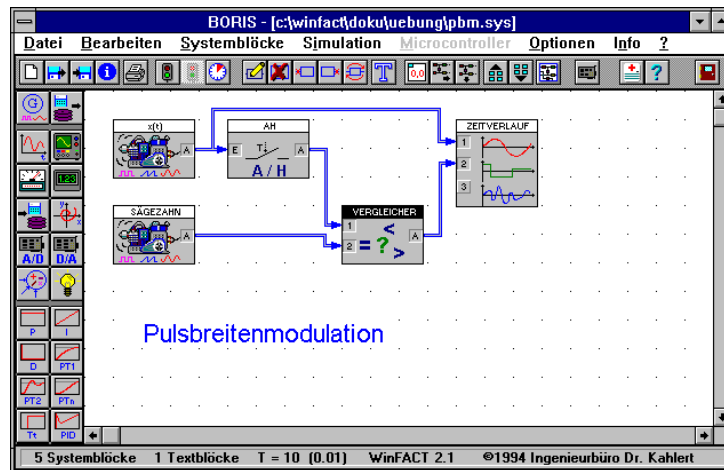
**Zugehörige**

**Dateien:** GRAYDUAL.BSY

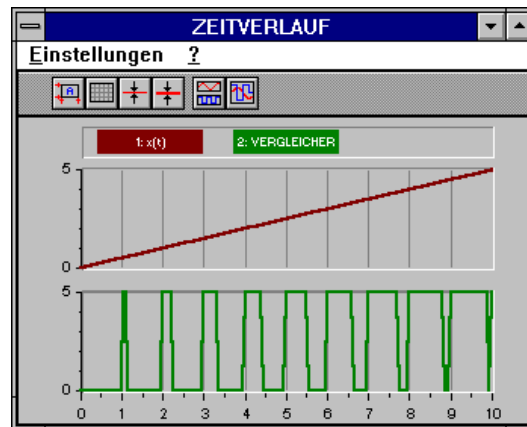
#### Aufgabe VII.4: Pulsbreitenmodulation

**Aufgabenstellung:** Geben Sie eine Schaltung an, die aus einem analogen Eingangssignal  $x(t)$  mit Amplituden zwischen 0 und 5 ein pulsbreitenmoduliertes Signal mit der Frequenz 1 Hz erzeugt.

**Lösungsskizze:** Das Eingangssignal wird nach einer Abtastung mit 1 Hz auf einen Vergleichers geschickt, der es mit dem Ausgangssignal eines Sägezahlgenerators der Frequenz 1 Hz vergleicht. Je höher die Amplitude von  $x(t)$  ist, umso länger bleibt der Ausgang des Vergleichers auf High-Pegel:



Die folgende Grafik zeigt das pulsbreitenmodulierte Signal bei einem linear von 0 auf 5 ansteigenden Eingangssignal  $x(t)$ :



**Zugehörige**

**Dateien:** PBM.BSY

### Aufgabe VII.5: Digitales Filter 2. Ordnung [13]

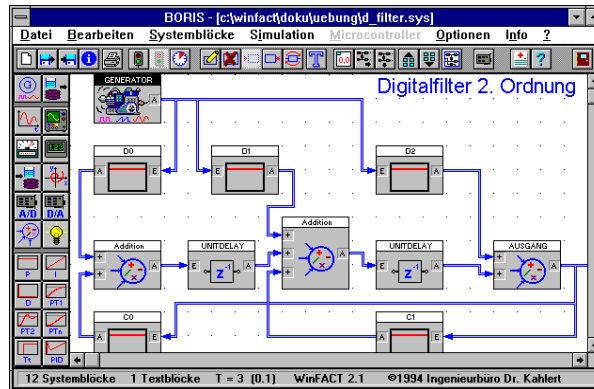
**Aufgabenstellung:** Bestimmen Sie die Sprungantwort eines digitalen Filters mit der  $z$ -Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{0.0582 + 0.1164z^{-1} + 0.0582z^{-2}}{1 - 1.4409z^{-1} + 0.6737z^{-2}}$$

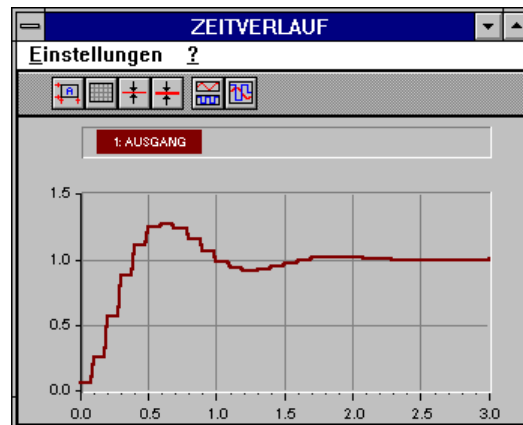
für eine Abtastzeit von 0.1. Wählen Sie dazu eine Simulationsschrittweite von 0.01 und eine Simulationsdauer von 3.

**Lösungs-  
skizze:**

Das digitale Filter wird mit Hilfe von Einheitsverzögerungen  $z^{-1}$  aufgebaut:



Man erhält folgende Sprungantwort:



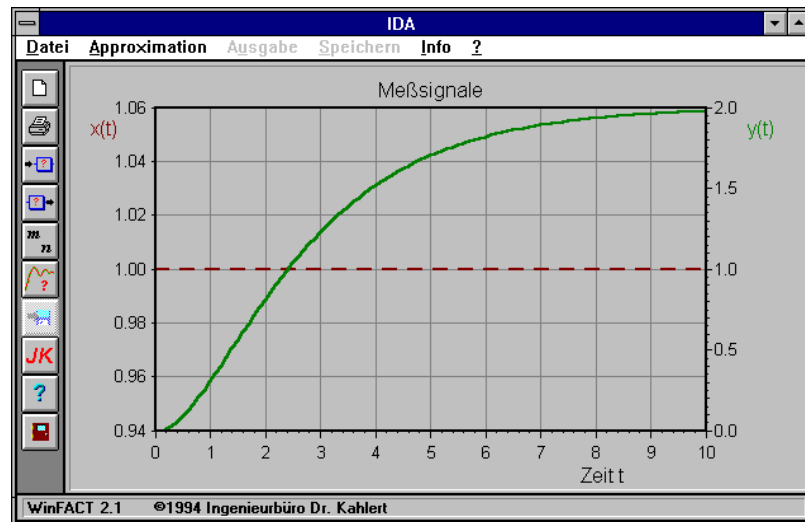
**Zugehörige**

**Dateien:** D\_FILTER.BSY

## Kategorie VIII: Systemidentifikation

### Aufgabe VIII.1: Identifikation anhand der Sprungantwort

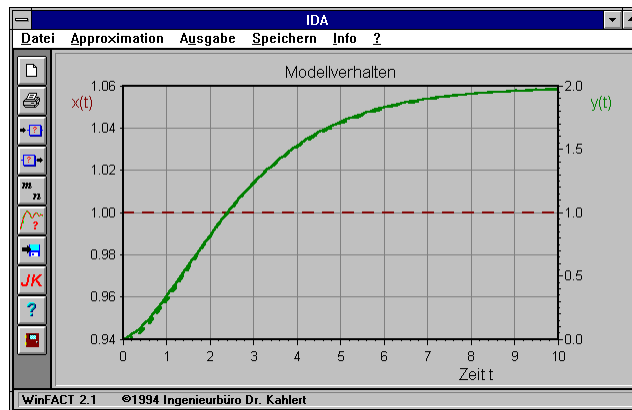
**Aufgabenstellung:** An einer Regelstrecke werde der Eingangsgrößenverlauf  $x(t)$  und der Ausgangsgrößenverlauf  $y(t)$  gemäß folgender Grafik gemessen:



Die Eingangsgröße ist gestrichelt, die Ausgangsgröße als Vollinie dargestellt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des zugehörigen Modells.

**Lösungsskizze:** Die Identifikation läßt sich mittels IDA vornehmen. Als Zählergrad wird  $m = 0$ , als Nennergrad  $n = 2$  gewählt. Man erhält folgendes Ergebnis:





Die zugehörige Übertragungsfunktion lautet

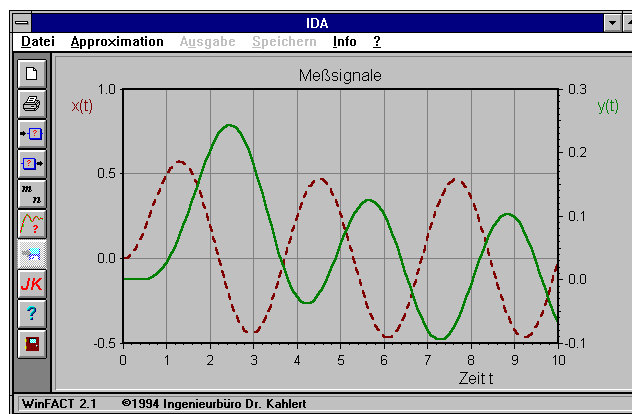
$$G(s) = \frac{0.873}{s^2 + 0.441s + 1.282}.$$

Zugehörige SPRUNG\_X.SIM

Dateien: SPRUNG\_Y.SIM

## Aufgabe VIII.2: Identifikation mit harmonischen Eingangssignalen

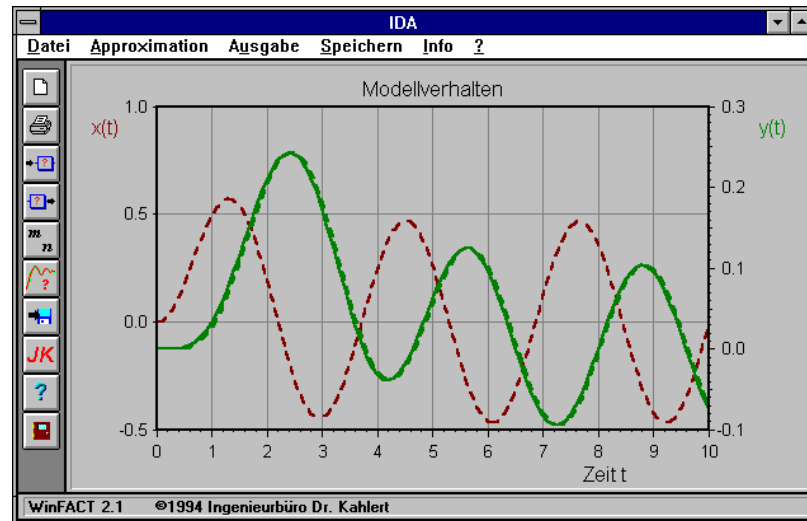
**Aufgabenstellung:** An einer Regelstrecke werde der Eingangsgrößenverlauf  $x(t)$  und der Ausgangsgrößenverlauf  $y(t)$  gemäß folgender Grafik gemessen:



Die Eingangsgröße ist gestrichelt, die Ausgangsgröße als Volllinie dargestellt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des zugehörigen Modells.

**Lösungs-  
skizze:**

Die Identifikation läßt sich mittels IDA vornehmen. Als Zählergrad wird  $m = 0$ , als Nennergrad  $n = 3$  gewählt. Man erhält folgendes Ergebnis:



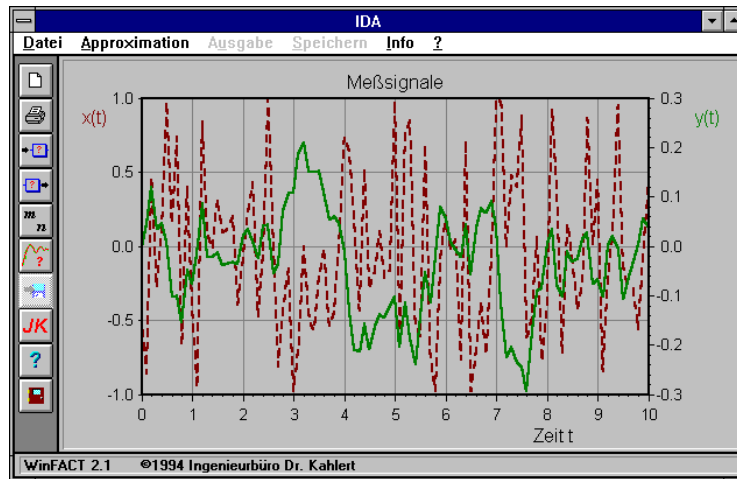
Die zugehörige Übertragungsfunktion lautet

$$G(s) = \frac{9.02}{s^3 + 9.83s^2 + 18.08s + 9.01}$$

**Zugehörige** SINUS\_X.SIM  
**Dateien:** SINUS\_Y.SIM

### Aufgabe VIII.3: Identifikation aus verrauschten Signalen

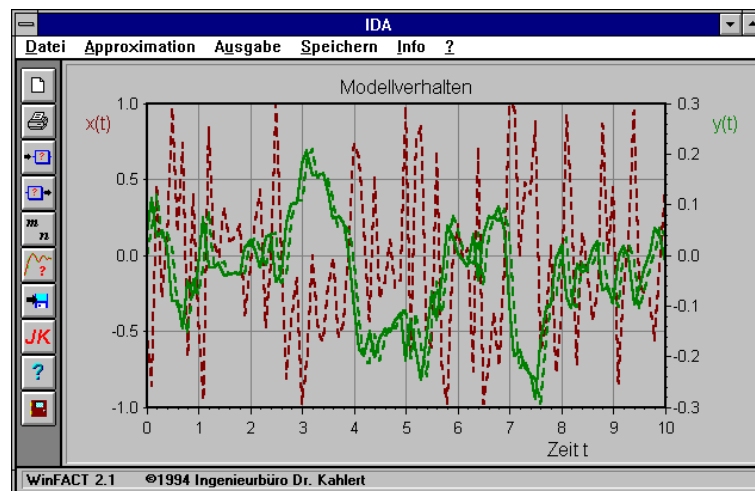
**Aufgaben-  
stellung:** An einer Regelstrecke werde der Eingangsgrößenverlauf  $x(t)$  und der Ausgangsgrößenverlauf  $y(t)$  gemäß folgender Grafik gemessen:



Die Eingangsgröße ist gestrichelt, die Ausgangsgröße als Vollinie dargestellt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des zugehörigen Modells.

**Lösungs-  
skizze:**

Die Identifikation läßt sich mittels IDA vornehmen. Als Zählergrad wird  $m = 1$ , als Nennergrad  $n = 2$  gewählt. Man erhält folgendes Ergebnis:



Die zugehörige Übertragungsfunktion lautet

$$G(s) = \frac{-1.08s + 0.986}{s^2 + 1.777s + 1.025}.$$

**Zugehörige** NOISE\_X.SIM  
**Dateien:** NOISE\_Y.SIM