

# Simulation und Synthese von Zustandsraumsystemen mit SUSY

<b>Leistungsumfang</b>	<b>6.3</b>
<b>Systemein-/ausgabe</b>	<b>6.4</b>
Systemeingabe	6.5
Manuelle Systemeingabe	6.5
Einlesen von Übertragungsfunktionen	6.6
Systemausgabe	6.6
<b>Simulation</b>	<b>6.7</b>
Simulationsparameter	6.7
Zeitverlauf	6.8
Trajektorien	6.10
Einzeltrajektorien	6.10
Trajektorienfelder	6.10
Trajektorien auswählen	6.11
Trajektorien löschen	6.11
Trajektorien hinzufügen	6.11
Richtung von Trajektorien	6.11

System zum Zeitpunkt Null	6.12
<b>Reglersynthese</b>	<b>6.14</b>
Entwurf durch Polplatzierung	6.14
Riccati-Entwurf	6.15
Manuelle Reglereingabe	6.18
<b>Verwaltungsfunktionen</b>	<b>6.19</b>
Textdokumente	6.20
Speichern von Kurven	6.22
Zeitverlauf speichern	6.22
Trajektorien speichern	6.22

## Leistungsumfang

Das WinFACT - Modul SUSY (Simulation und Synthese im Zustandsraum) ermöglicht die Behandlung von Eingrößensystemen in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}u, \quad y = \underline{c}^T \underline{x} + du,$$

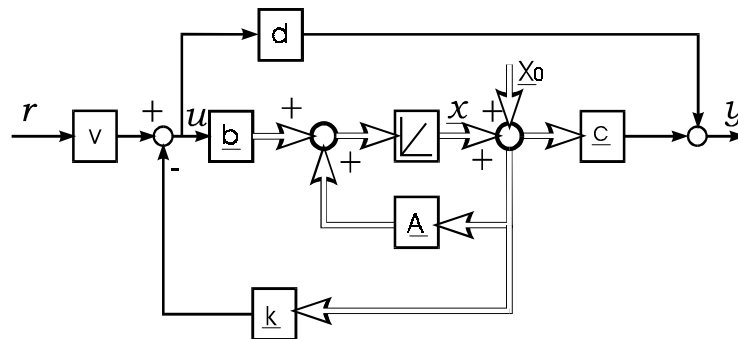
die gegebenenfalls über einen linearen Zustandsregler der Form

$$u = -\underline{k}^T \underline{x} + Vr$$

zu einem geschlossenen Regelkreis ergänzt werden können. Dabei sind:

- $\underline{A}$  die Systemmatrix des offenen Kreises
- $\underline{b}$  der Eingangsvektor
- $\underline{c}$  der Ausgangsvektor
- $d$  der Durchgriff
- $\underline{x}_0$  die Zustandsgrößen zum Zeitpunkt  $t = 0$
- $V$  der Vorfilter, der dafür sorgt, dass die Ausgangsgröße im stationären Zustand mit der Führungsgröße übereinstimmt
- $\underline{k}$  der Rückführvektor (Regler)

Der betrachtete Zustandsregelkreis weist demnach folgende Struktur auf:



*Geschlossener Zustandsregelkreis*

SUSY erleichtert Ihnen die Arbeit durch folgende Merkmale:

- Einfache und übersichtliche Eingabe von Systemen
- Parallele Bearbeitung mehrerer Systeme
- Darstellung der Simulationsergebnisse durch Trajektorienfeld, Einzeltrajektorien oder Zeitverlauf
- Schnelle Umschaltung zwischen geschlossenem und offenem Regelkreis
- Eigenwertermittlung von offenem und geschlossenem Regelkreis
- Synthese von Reglern durch Riccati-Entwurf, Polplatzierung oder manuelle Reglervorgabe
- Dokumenterzeugung über die Reglersynthese im ASCII-Format

Nachfolgend werden alle Möglichkeiten von SUSY am Beispiel

$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \cdot \underline{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \underline{x}(t) + \begin{pmatrix} 0.5 \end{pmatrix} \cdot u(t)$$

erläutert.

---

---

## Systemein-/ausgabe

In diesem Abschnitt werden Sie mit den verschiedenen Möglichkeiten zur Systemeingabe vertraut gemacht. Dabei wird auf die manuelle Eingabe und die Eingabe durch Transformation einer Übertragungsfunktion eingegangen. Im Abschnitt *Systemausgabe* werden die Möglichkeiten der einzelnen Ausgabeformen besprochen.

## Systemeingabe

### Manuelle Systemeingabe



Bevor Sie in die manuelle Eingabe gelangen, müssen Sie ein neues Anzeigefenster in SUSY öffnen. Betätigen Sie dazu den Menüpunkt DATEI | NEU oder die entsprechende Schaltfläche der Werkzeugleiste. Anschließend kann über DATEI | SYSTEM MODIFIZIEREN das System im folgenden Dialog eingegeben werden. Um unser Beispielsystem einzugeben, müssen Sie zunächst die Systemordnung auf zwei erhöhen. Anschließend sind die benötigten Felder anwählbar. Nach der Eingabe sollten Sie Ihr Zustandsraummodell durch Betätigen der Schaltfläche *ZRM-Datei speichern* speichern. Das Laden und Speichern innerhalb des Dialoges bezieht sich nur auf das Zustandsraumsystem selbst. Ein Laden bzw. Speichern aus dem Menü (DATEI | SYSTEMDATEI OFFENEN bzw. DATEI | SYSTEMDATEI SPEICHERN und DATEI | SYSTEMDATEI SPEICHERN UNTER) oder der Werkzeugleiste speichert dagegen auch

- die zuletzt verwendete Reglerentwurfsmethode,
- die Parameter der Entwurfsmethoden und
- ob das geschlossene oder offene System zuletzt angezeigt wurde.

System Modifikation

Systemordnung: 1

Systemmatrix A:

1	0
1	0

Steuervektor b:

1
0

Ausgangsvektor c:

1	0
1	0

Durchgriff d:

1
0

Buttons: OK, Abbruch, ZRM-Datei öffnen..., ZRM-Datei speichern..., LKF-Datei öffnen..., << Zwischenablage, >> Zwischenablage

System-Modifikations-Dialog

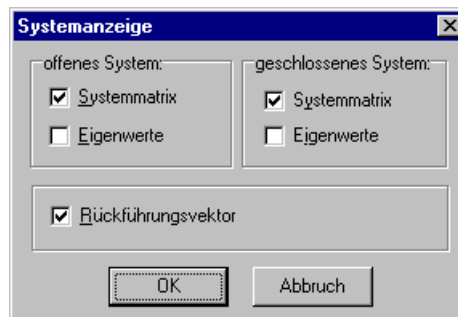
Die Statuszeile zeigt Ihnen stets die Ordnung Ihres Systems an und gibt Auskunft, ob es sich momentan um das geschlossene oder um das offene System handelt.

## Einlesen von Übertragungsfunktionen

Über die Schaltfläche *UFK-Datei öffnen* im Dialog zur Systemmodifikation können Sie Übertragungsfunktionen in Zustandsraummodelle transformieren. Sie erhalten dabei die Regelungsnormalform oder auch Frobenius-Form des Systems. Für die nähere Beschreibung dieser Form sei auf [7] verwiesen.

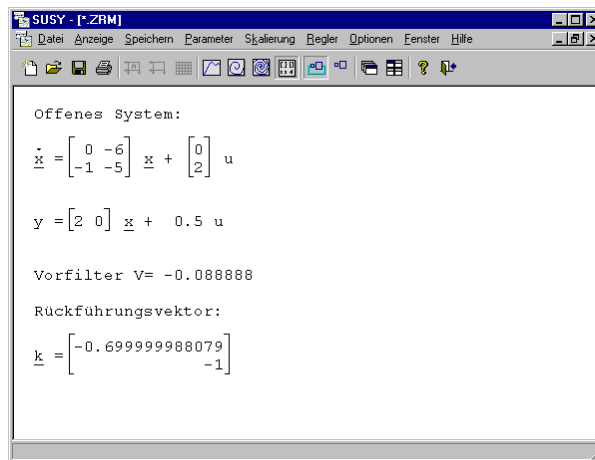
## Systemausgabe

Die Systemausgabe erfolgt in Matrizenschreibweise. Dabei können Sie im Dialog *Systemanzeige* (OPTIONEN | SYSTEMANZEIGE...) einstellen, was bei Auswahl von ANZEIGE | SYSTEMANZEIGE zu sehen sein soll.



*Dialog zur Parametrierung der Systemanzeige*

Teile des geschlossenen Systems und der Rückführungsvektor können nur angezeigt werden, wenn ein Regler für das System entworfen wurde.



*Systemanzeige mit Rückführungsvektor und Vorfilter*

---



---

## Simulation

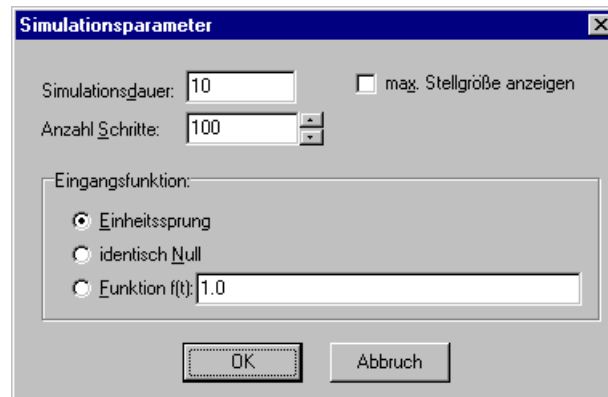
In diesem Kapitel werden die verschiedenen Möglichkeiten der Simulation besprochen. Dabei erfahren Sie, welche Parameter, Optionen und sonstigen Einstellungen gewählt werden können.

## Simulationsparameter

Um die Simulationsparameter ändern zu können, müssen Sie zunächst zu einer der folgenden Anzeigen wechseln:

- Zeitverlauf
- Trajektorie
- Trajektorienfeld

Anschließend ist das Menü PARAMETER aktiv. Wählen Sie den Punkt SIMULATION aus, so erhalten Sie den Dialog zum Ändern der Simulationsparameter.



Dialog zum Ändern der Simulationsparameter

In diesem lassen sich verschiedene Eingangsfunktionen, die Endzeit der Simulation und die Anzahl der Schritte (und somit die Schrittweite) einstellen (zur Definition einer Funktion über den Funktionsparser siehe Kapitel 10, Beschreibung des Generator-Blocks). Des weiteren haben Sie die Möglichkeit, sich den maximalen Stellgrößenbedarf bei geschlossenen Systemen ausgeben zu lassen. Beachten Sie dabei, dass dieser nur innerhalb der Simulationszeit bestimmt werden kann.

## Zeitverlauf



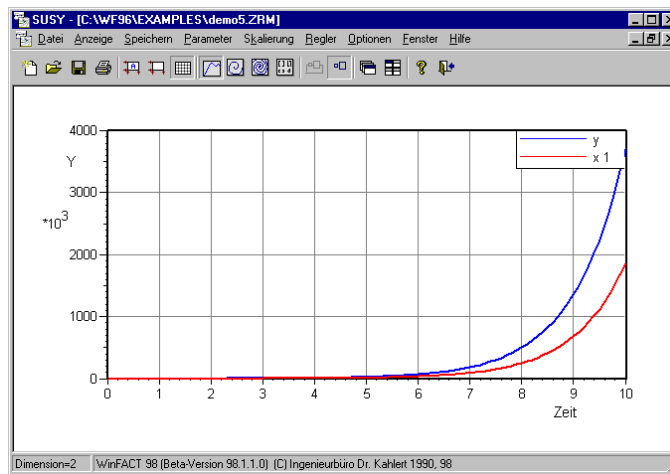
Die Menüfolge ANZEIGE | ZEITVERLAUF oder das Betätigen der entsprechenden Schaltfläche in der Werkzeugleiste simuliert einen Zeitverlauf des gewählten Zustandsregelkreises. Je nach Ordnung des Systems haben Sie die Möglichkeit, entsprechend viele Zeitverläufe der Zustandsgrößen anzeigen zu lassen. Dazu verwenden Sie den Menüpunkt PARAMETER | ANZEIGE.

Da wir in unserem Beispiel zwei Zustandsgrößen haben, sind in der Liste der möglichen Zeitverläufe nur zwei Größen eingetragen, von denen nur  $y$  angezeigt wird. Bei Systemen höherer Ordnung würde die Liste mit  $x_3$  usw. fortgesetzt werden. Klicken Sie nun in der Liste der anzuzeigenden Zeitverläufe auf das Kästchen vor  $x_1$  und verlassen den Dialog mit *OK*, so erhalten Sie in Ihrem Fenster die gewünschten beiden Zeitverläufe.





Dialog zur Parametrierung des Zeitverlaufs



Zeitverläufe  $x_1$  und  $y$  des offenen Beispielregelkreises

## Trajektorien

### Einzeltrajektorien



Der Menüpunkt ANZEIGE | EINZELTRAJEKTORIE ermittelt eine Trajektorie des Systems. Durch PARAMETER | ANZEIGE können Sie in dem entsprechenden Dialog auswählen, welche zwei Zustandsgrößen bei der Simulation als Trajektorie dargestellt werden.



Dialog zu Parametrierung von Trajektorienanzeigen

Trajektorien werden in drei verschiedenen Farben dargestellt:

<i>grün</i>	Trajektorie, die bei den Systemkoordinaten zum Zeitpunkt $t = 0$ startet
<i>rot</i>	selektierte Trajektorie (siehe <i>Trajektorien auswählen</i> )
<i>blau</i>	sonstige Trajektorie

### Trajektorienfelder

Trajektorienfelder erzeugen Sie durch die Menüoption ANZEIGE | TRAJEKTORIENFELD, wobei Sie zwei weitere Möglichkeiten haben:

1. DURCH TRAJEKTORIE IN  $t(0)$ : Es wird eine Trajektorie simuliert, die die Koordinaten des System zum Zeitpunkt  $t = 0$  als Anfangspunkt hat.



Diese Trajektorie bestimmt das neue Koordinatensystem. Anschließend werden die Startpunkte der Trajektorien so bestimmt, dass sie, im vernünftigen Abstand zueinander, auf den Rändern des jetzigen Koordinatensystems liegen. Diese Einstellung ist auch durch eine Schaltfläche in der Werkzeugleiste erreichbar.

2. AUS MOMENTANEN KOORDINATEN: Es wird ein Trajektorienfeld in die vorhandene Koordinatenebene gezeichnet. Die Startwerte der Trajektorien liegen dabei auf den Rändern des Koordinatensystems.

## Trajektorien auswählen

Es kann wünschenswert sein, einige Trajektorien zu selektieren, wenn beispielsweise das Trajektorienfeld zu dicht ist und einige aus diesem gelöscht werden sollen. Klicken Sie dazu einfach mit der linken Maustaste die entsprechenden Trajektorien an. Die durch diese Koordinate (genauer gesagt, wird ein Rechteck von 5×5 Punkten genommen) verlaufenden Trajektorien werden anschließend rot dargestellt. Sie sind somit selektiert.

## Trajektorien löschen

Sie können ausgewählte Trajektorien löschen, indem Sie den Menüpunkt OPTIONEN | TRAJEKTORIEN LÖSCHEN verwenden.

## Trajektorien hinzufügen

Klicken Sie den rechten Mausknopf innerhalb einer Trajektorienanzeige, so wird die Koordinate der Maus als Startposition der Trajektorie verwendet. Die Anzahl der maximal hinzufügbaren Trajektorien ist lediglich vom Arbeitsspeicher Ihres Rechners abhängig.



---

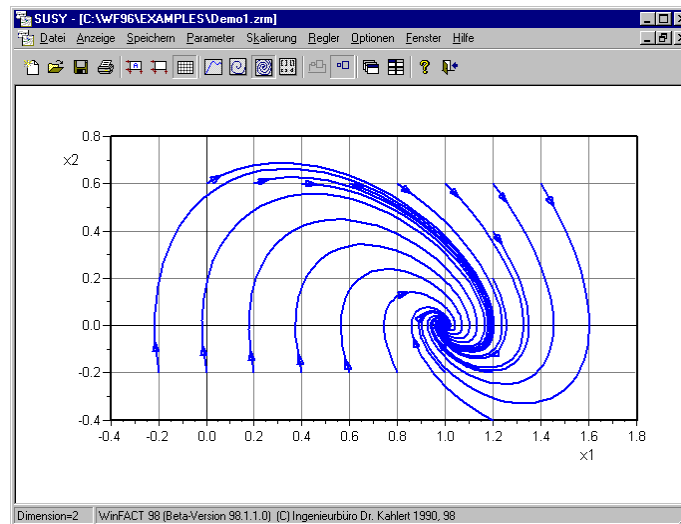
**Hinweis:** Beim Hinzufügen von Trajektorien wird der Anfangswert (System zum Zeitpunkt  $t = 0$ ) auf die durch den Mauszeiger beschriebenen Koordinaten gesetzt.

---

## Richtung von Trajektorien

In manchen Fällen kann es vorkommen, dass die Richtung von Trajektorien nicht klar erkennbar ist. Aus diesem Grund können Sie die Richtung der Trajektorien durch einen Pfeil kennzeichnen lassen. Ist der Menüeintrag OPTIONEN

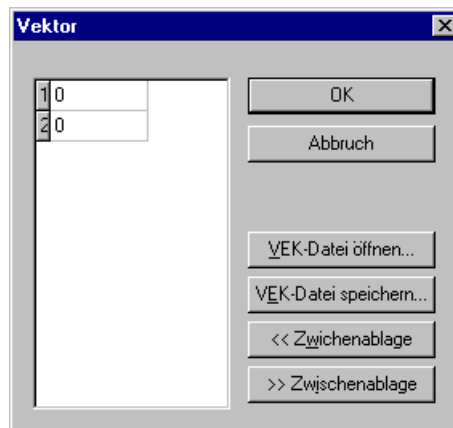
| RICHTUNG ANZEIGEN markiert, so werden die Trajektorien mit einem Pfeil gezeichnet. Wird die Markierung durch erneutes Auswählen des Menüpunktes aufgehoben, verschwinden auch die Pfeile an den Trajektorien. Folgende Grafik zeigt ein Beispiel für ein Trajektorienfeld mit angezeigter Richtung.



*Trajektorien mit Pfeilen zur Richtungskennzeichnung*

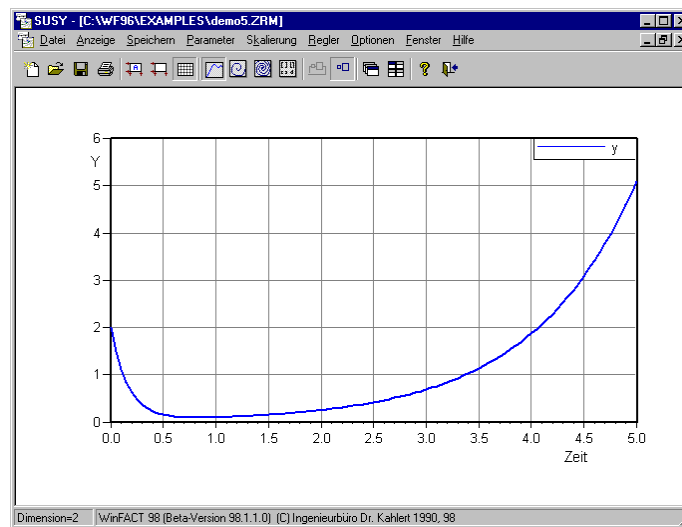
## System zum Zeitpunkt Null

Der Systemzustand kann im Zeitpunkt Null von Null verschieden sein. Wollen Sie etwa Eigenschwingungen bei einer vorgegebenen Anfangsauslenkung simulieren, so setzen Sie die Eingangsfunktion zu Null und geben beim SYSTEM ZUM ZEITPUNKT '0' (unter Menüeintrag PARAMETER) die gewünschte Anfangsauslenkung ein.



Dialog zum Ändern der Systemparameter im Zeitpunkt  $t = 0$

Bei den Anfangswerten von  $x_1(0) = 1$  und  $x_2(0) = 0.98$  erhalten wir für unser Beispielsystem folgenden Zeitverlauf für die Ausgangsgröße:



Verlauf der Ausgangsgröße bei einer Simulationsendzeit von 5

---


---

## Reglersynthese

Es wird gezeigt, wie mit Hilfe von SUSY ein linearer Zustandsregler bestimmt werden kann. Dabei bietet SUSY Ihnen zwei halbautomatische Entwurfungsverfahren sowie die Möglichkeit der manuellen Reglervorgabe. Der Vorfilter  $V$  zur Kompensation der bleibenden Regelabweichung wird von SUSY unabhängig von der gewählten Entwurfsmethode automatisch berechnet und bei der Simulation berücksichtigt.

### Entwurf durch Polplatzierung

Bei der Polplatzierung geben Sie zunächst die gewünschten Eigenwerte (Pole) des geschlossenen Regelkreises durch **REGLER | POLPLAZIERUNG | POLSTELLEN-EINGABE** vor. Dabei hilft Ihnen der folgende Eingabedialog:



	Realteil:	Imaginarteil
1	0	0
2	0	0

*Polstellen-Eingabe zur Polplatzierung*

Bei der Eingabe der Polstellen sollte darauf geachtet werden, dass bei einer komplexen Polstelle auch der entsprechende konjugiert komplexe Pol angegeben werden muss. Vernachlässigen Sie dieses, so erfolgt eine Fehlermeldung.

Nach Eingabe der Pole kann durch **REGLER | POLPLAZIERUNG | REGLER BESTIMMEN** der entsprechende Zustandsregler entworfen werden. Anschließend

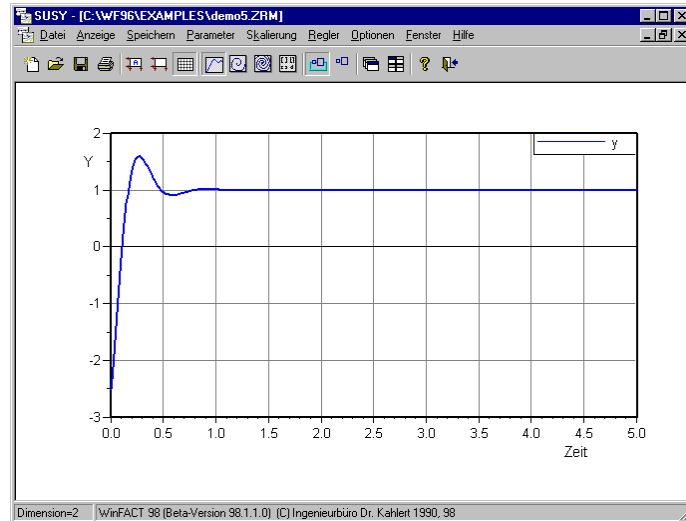


kann jederzeit zwischen dem offenen und dem geschlossenen Regelkreis mit Hilfe zweier Schaltflächen in der Toolbar umgeschaltet werden.

Es soll nun ein Regler für das Beispielsystem entworfen werden, der die Pole nach  $-6 \pm j10$  verschiebt. Der entworfene Regler hat folgendes Aussehen:

$$\underline{k} = \begin{pmatrix} -11.833 \\ 3.5 \end{pmatrix}.$$

Das nachfolgende Bild zeigt den Verlauf der Ausgangsgröße des geschlossenen Regelkreises bei einem Einheitssprung am Eingang.



*Verlauf der Ausgangsgröße des geschlossenen Regelkreises*

## Riccati-Entwurf

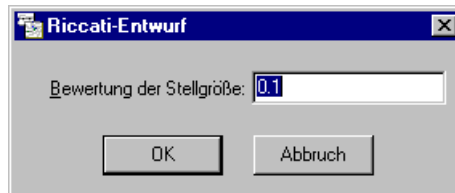
Der Riccati-Entwurf minimiert das Güteintegral

$$J = \int_0^{\infty} \underline{x}^T \underline{Q} \underline{x} + \beta u^2 dt .$$

Dabei sind:

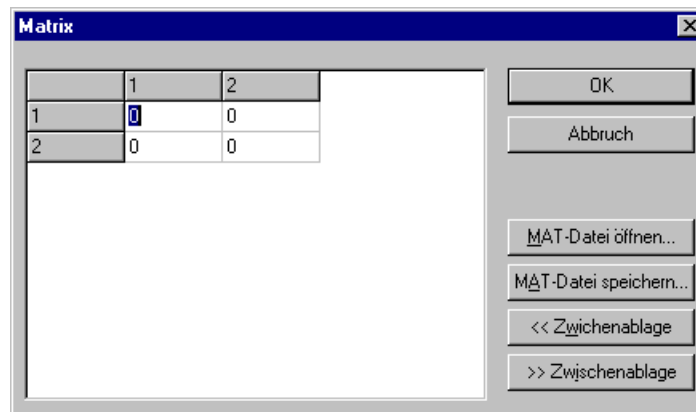
- $u$  die Stellgröße
- $\underline{x}$  der Zustandsgrößenvektor
- $\underline{Q}$  die Bewertungsmatrix der Zustandsgrößen
- $\beta$  die Gewichtung des Stellgrößenaufwandes

Die Bestimmung des Reglers erfolgt iterativ durch numerische Lösung der vollständigen Riccati-Gleichung. Die Parameter  $\beta$  und  $\underline{Q}$  sind vom Anwender vorzugeben.  $\beta$  muss durch **REGLER** | **RICCATI-ENTWURF** | **STELLGRÖßEN-BEWERTUNG** festgelegt werden. Je größer  $\beta$  ist, desto weniger Stellaufwand wird von dem später entworfenen Regler benötigt.



*Eingabe der Stellgrößenbewertung*

Die Matrix  $\underline{Q}$  wird durch **REGLER** | **RICCATI-ENTWURF** | **MATRIX Q** eingegeben. Die Dimension der Matrix ist durch die Ordnung des Systems vorgegeben und somit nicht veränderbar.



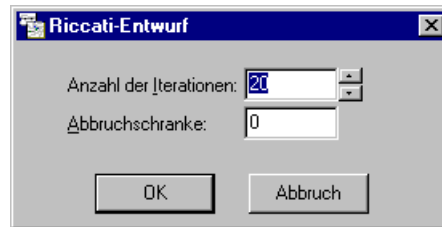
*Eingabe der Bewertungsmatrix  $\underline{Q}$*



Als letzte, nicht im Integral auftauchende Parameter sind die zwei Entwurfsparameter

- Anzahl der Iterationen und
- Abbruchschranke

einzugeben. Sie sollten nur bei Konvergenzproblemen modifiziert werden.



Entwurfsparameter-Eingabe

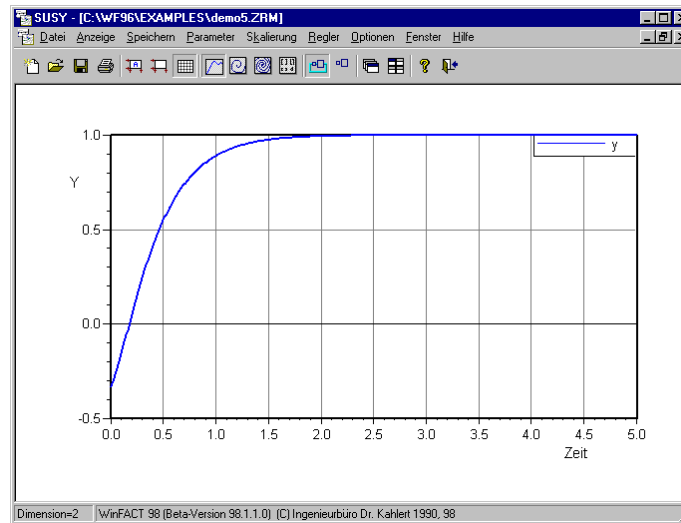
Nachfolgend soll ein Riccati-Regler für das Beispiel entworfen werden. Dabei sollen folgende Parameter eingestellt werden:

- $\underline{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $\beta = 0.5$
- Anzahl der Iterationen: 100
- Abbruchschranke: 0.00001

Der resultierende Regler lautet

$$\underline{k} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Es ergibt sich folgender Simulationsverlauf des geschlossenen Kreises:



*Verlauf der Ausgangsgröße des geschlossenen Regelkreises*

## Manuelle Reglereingabe

Das Menü **REGLER | REGLER BEARBEITEN** bietet dem Anwender die Möglichkeit, einen Regler von Hand vorzugeben bzw. nachzuoptimieren.

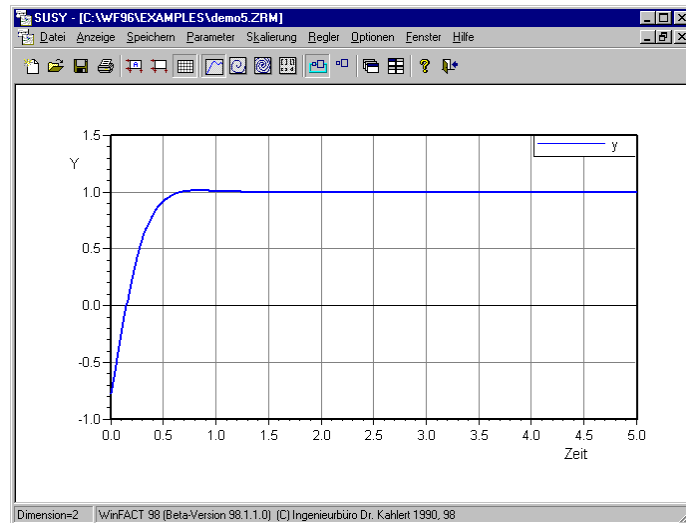


*Manuelle Reglereingabe*

Ändert man den im vorherigen Abschnitt entworfenen Regler auf

$$\underline{k} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und verlässt den Dialog mit *OK*, so wird das geschlossene System automatisch mit dem neuen Regler berechnet. Die Simulation ergibt daraufhin folgendes Ergebnis:



---

---

## Verwaltungsfunktionen

Möglichkeiten zur Dokumenterzeugung sowie die Steuerung der Anzeigen sind Thema dieses Abschnittes.

## Textdokumente

Textdokumente können erzeugt werden, wenn Sie während der Systemanzeige den Menüeintrag SPEICHERN auswählen. Dabei werden folgende Angaben in Form einer ASCII-Datei in der von Ihnen angegebenen Datei gespeichert:

- Das offene System mit Eigenwerten
- Das geschlossene System mit Eigenwerten (falls ein Regler entworfen wurde)
- Die Parameter des Reglerentwurfs (unterschiedlich, je nachdem ob nach Riccati-Verfahren, Polplatzierung oder manueller Eingabe vorgegangen wurde)
- Der Zustandsregler

Nachfolgendes Listing zeigt das Beispiel einer Dokumentdatei nach einem Riccati-Entwurf.

```
WinFACT - Windows Fuzzy And Control Tools
(C) Ingenieurbuero Dr. Kahlert 1998

Dokumentdatei zu: C:\tmp\test.doc
erzeugt am: 22.09.98 12:21:26

-----
Zustandsraummodell:offen

Systemmatrix A:
           0           -6
          -1           -5

Steuervektor b:
           0
           2

Ausgangsvektor c:
           2           0

Durchgriff d:
```

```
0.5

Eigenwerte des offenen Systems:
Realteil:          Imaginaerteil:
      -6              0
      1              0
-----

Zustandsraummodell:geschlossen

Systemmatrix A:
      0              -6
2.99999952316      -8.99999904633

Steuervektor b:
      0
      2

Ausgangsvektor c:
2.99999976158      -0.999999880791

Durchgriff d:
      0.5

Eigenwerte des geschlossenen Systems:
Realteil:          Imaginaerteil:
-6.000000000003      0
-2.99999946895      0
-----

Gütematrix Q:
      1              0
      0              1

Stellgrößengewichtung Beta:
0.5

Rückführungsvektor:
-1.99999976158
 1.99999976158

Vorfilter V= -0.666666548657
```

## Speichern von Kurven

### Zeitverlauf speichern

Wird der Zeitverlauf angezeigt, werden bei der Menüauswahl SPEICHERN | SPEICHERN alle angezeigten Kurven abgespeichert, und zwar in Form

- einer SIM-Datei, falls nur eine Kurve angezeigt wird,
- einer MXY-Datei, falls mehrere Kurven angezeigt werden.

Die Dateiformate sind im Kapitel 2 *Grundlagen* im Detail erläutert.

### Trajektorien speichern

Sind im aktiven SUSY-Fenster Trajektorien zu sehen, so müssen Sie die abzuspeichernden Trajektorien zunächst selektieren (s. *Trajektorien auswählen*). Anschließend können Sie über SPEICHERN | SPEICHERN die selektierten Trajektorien unter gewünschtem Namen in Form einer MXY-Datei ablegen.