

2.21 Bremsvorgang eines PKW ohne und mit ABS

Der in Bild 2.67 dargestellte PKW mit der Masse m soll aus der Geschwindigkeit v_{F0} durch einen Bremsvorgang bis zum Stillstand abgebremst werden. In der Reifenauflstandsfläche der Vorderreifen wirkt die Reibungskraft F_{RV} , an den Hinterrädern die Reibungskraft F_{RH} , die infolge des beim Bremsvorgang entstehenden Nickmoment kleiner als F_{RV} ist.

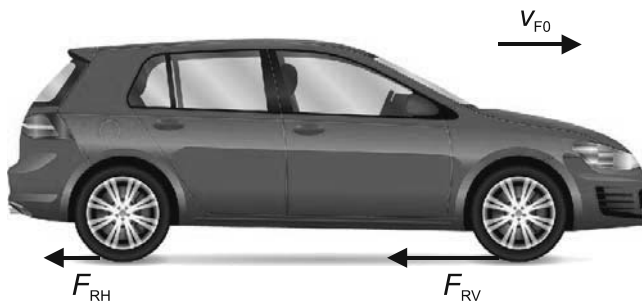


Bild 2.67 Kräfte am PKW beim Bremsvorgang

Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen betrachten wir zunächst ein Rad, das mit der Winkelgeschwindigkeit ω_R nach rechts rollt (Bild 2.68).

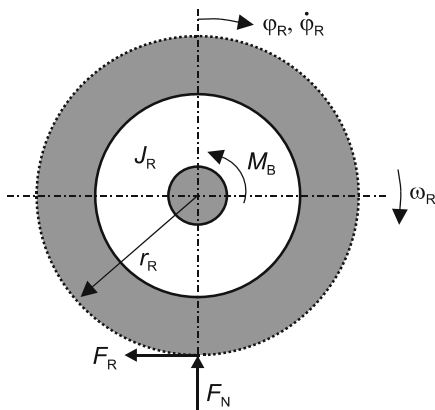


Bild 2.68 Freigeschnittenes Rad

Die Bewegungsgleichung des Rades lautet

$$J_R \cdot \ddot{\varphi}_R = F_R \cdot r_R - M_B.$$

J_R ist das Trägheitsmoment des Reifens und r_R sein Radius, M_B das an der Bremsscheibe angreifende Bremsmoment. Die Reibkraft F_R ergibt sich als Produkt aus Reibungskoeffizient μ und der Normalkraft F_N zu

$$F_R = \mu \cdot F_N.$$

Sie ist aufgrund des zuvor bereits erwähnten Nickmoments beim Bremsvorgang größer als die reine Gewichtskraft $m \cdot g$. Wir wollen vereinfachend annehmen, dass

$$F_N = 1.5 \cdot m \cdot g$$

gilt.

Der Reibungskoeffizient hängt von der relativen Differenz zwischen Fahrzeuggeschwindigkeit v_F und Radgeschwindigkeit $v_R = \omega_R \cdot r_R$ – dem Schlupf λ – ab; dieser ist gegeben durch

$$\lambda = \frac{v_F - v_R}{v_F}.$$

Ein frei rollendes Rad hat demnach den Schlupf 0, ein blockiertes den Schlupf 1. Für eine trockene Asphaltstraße gilt näherungsweise

$$\mu(\lambda) = c_1 \cdot (1 - e^{-c_2 \cdot \lambda}) - c_3 \cdot \lambda,$$

wobei die c_i konstante Koeffizienten sind. Bild 2.69 zeigt den Verlauf in grafischer Form.

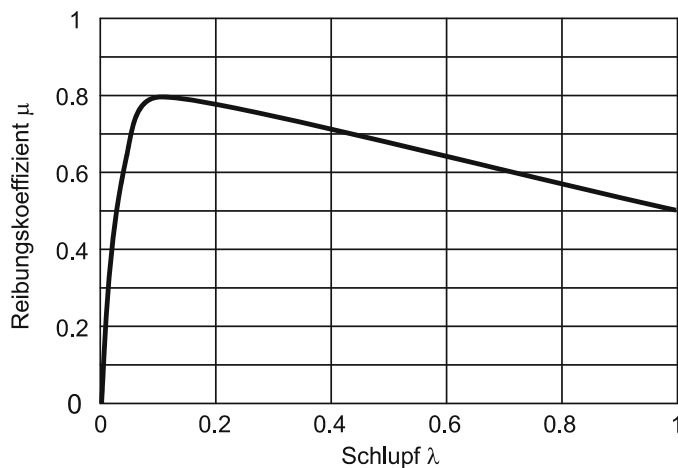


Bild 2.69 Schlupfkurve für trockene Asphaltstraße

Zur Aufstellung der Bewegungsgleichung für das Fahrzeug betrachten wir Bild 2.70, in dem die Reibungskräfte aller vier Räder zu einer Gesamtkraft F_R zusammengefasst worden sind. x_F ist der vom Fahrzeug zurückgelegte Weg.

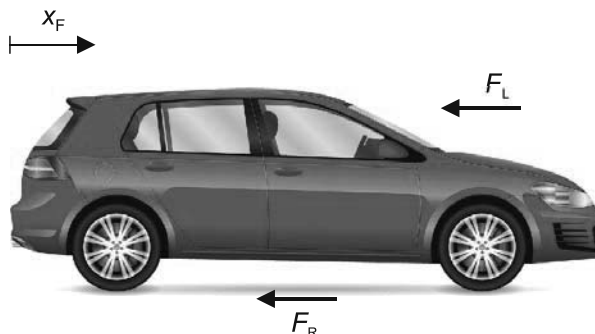


Bild 2.70 Freigeschnittenes Fahrzeug

Für die Luftwiderstandskraft F_L , die ebenso wie die Reibungskraft der Bewegung entgegenwirkt, gilt

$$F_L = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_F^2.$$

c_W ist der Luftwiderstandsbeiwert, ρ die Luftdichte. Aus dem Kräftegleichgewicht erhalten wir dann die Bewegungsgleichung des Fahrzeugs zu

$$m \cdot \ddot{x}_F = -F_R - F_L = -\mu(\lambda) \cdot F_N - c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_F^2.$$

Bild 2.71 zeigt nun die resultierende Simulationsstruktur. Der obere Teil realisiert die Bewegungsgleichung für die Räder, der untere Teil für das Fahrzeug selbst. Das Bremsmoment M_B wird hier als konstante Größe angesetzt. Der Integrierer zur Ermittlung der Fahrzeuggeschwindigkeit v_F muss auf die gewählte Anfangsgeschwindigkeit v_{F0} initialisiert werden; entsprechend muss der Integrierer für ω_R auf v_{F0}/r_R initialisiert werden, damit der Schlupf zu Beginn des Bremsvorgangs null ist. Der Komparator-Block in Verbindung mit dem SIMCANCEL-Block sorgt für einen automatischen Abbruch der Simulation, sobald die Fahrzeuggeschwindigkeit kleiner als 0.01 m/s wird; hierdurch wird eine Division durch Null bei der Berechnung des Schlupfes verhindert.

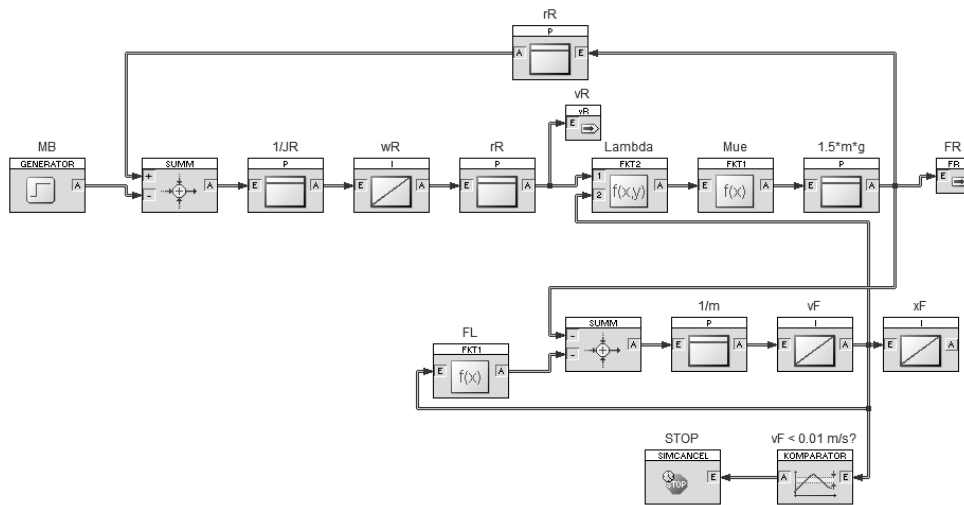


Bild 2.71 Simulationsstruktur für Bremsvorgang ohne ABS

Wir nehmen folgende Zahlenwerte an:

$$v_{F0} = 100 \text{ km/h} = 27.78 \text{ m/s}$$

$$m = 1500 \text{ kg}$$

$$r_R = 0.3 \text{ m}$$

$$J_R = 0.8 \text{ kgm}^2$$

$$A = 2 \text{ m}^2$$

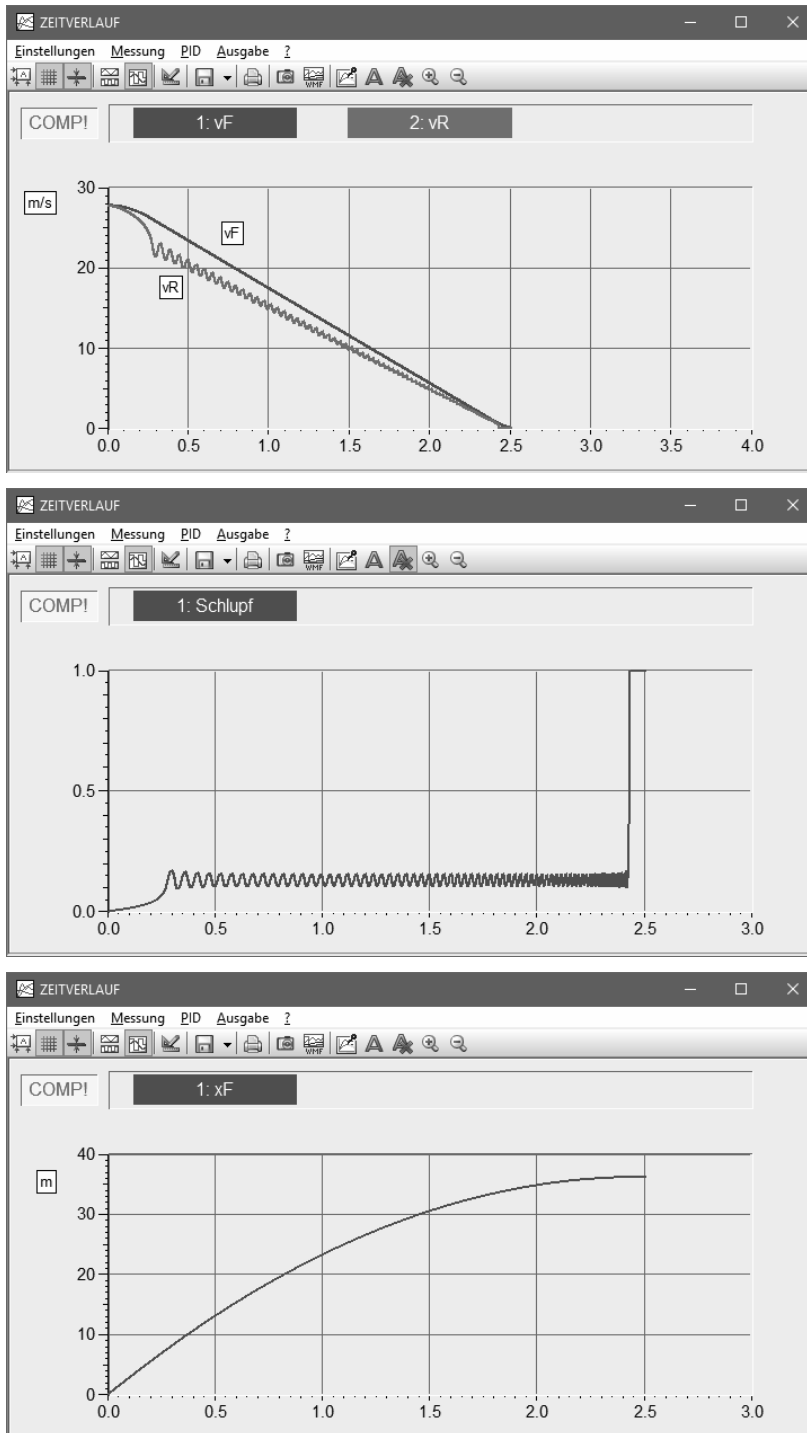




Bild 2.74 Simulationsergebnisse für Bremsvorgang mit ABS

Quelle

[Angermann]

Simulationsdateien
 GNM.bsy

 GNMmitPWM.bsy
3.11 Asynchronmotor

Der Asynchronmotor gehört zu den Drehfeldmotoren, d. h., besitzt im Stator ein von Spulen erzeugtes Drehfeld. Bild 3.39 zeigt das Prinzip. Der Stator besitzt mehrere von phasenverschobenen Wechselströmen durchflossene Wicklungsstränge, die geometrisch versetzt angeordnet sind. Im einfachsten Fall sind dies drei jeweils um 120° phasenverschobene sinusförmige Wechselströme (Polpaarzahl $p = 1$). Durch die Überlagerung der Magnetfelder der einzelnen Spulen entsteht ein rotierendes Drehfeld, welches aus einem üblichen Dreiphasen-Netz erzeugt werden kann und dann die Drehfrequenz von 50 Hz bzw. die Drehzahl von 3000 min^{-1} besitzt.

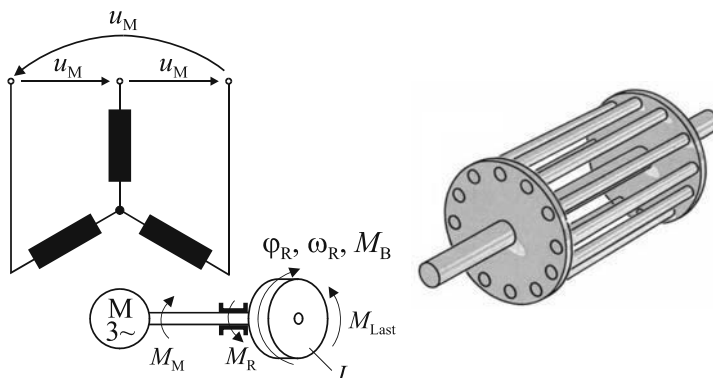


Bild 3.39 Wicklungsstränge des Stators und allgemeiner Rotor (links) sowie Kurzschlussläufer als Rotor (rechts)

Als Rotor werden häufig Kurzschlussläufer eingesetzt, in denen Spannungen induziert werden, sofern Rotor und Drehfeld eine unterschiedliche Drehzahl besitzen. Aufgrund der im Rotor entstehenden Ströme wird auf den Rotor ein Drehmoment ausgeübt, welches den Rotor antreibt, falls

$$n_{\text{Drehzahl}} > n_{\text{Rotor}} .$$

ist. Der relative Drehzahlunterschied wird als *Schlupf* S bezeichnet und lässt sich aus den Drehzahlen bzw. Winkelgeschwindigkeiten ermitteln zu

$$S = \frac{n_{\text{Drehfeld}} - n_{\text{Rotor}}}{n_{\text{Drehfeld}}} = \frac{\omega_{\text{Df}} - \omega_{\text{R}}}{\omega_{\text{Df}}} .$$

Das innere Motormoment M_M ergibt sich dann nach der *Kloss'schen* Gleichung zu

$$M_M = M_K \frac{2}{\frac{S}{S_K} + \frac{S_K}{S}}$$

Dabei gilt für das *Kippmoment* M_K

$$M_K = \frac{m}{2 \cdot L^*} \cdot \left(\frac{u_M}{\omega_{Df}} \right)^2$$

und für den *Kippschlupf* S_K

$$S_K \approx \frac{R^*}{\omega_{Df} \cdot L^*}$$

In diesen Gleichungen ist m die Anzahl der Statorwicklungen ($m = 3$ bei Polpaarzahl $p = 1$), R^* der im Wesentlichen aus dem Rotorwiderstand resultierende ohmsche Widerstand und L^* die Streuinduktivität des gesamten Motors.

Vernachlässigen wir das Reibmoment, so gilt im stationären Betrieb des Motors $M_M \approx M_{Last}$. Die aufgeführten Gleichungen ergeben dann für die Abhängigkeit der Rotor-Winkelgeschwindigkeit ω_R vom Lastmoment M_{Last} die in Bild 3.40 dargestellte Kurve.

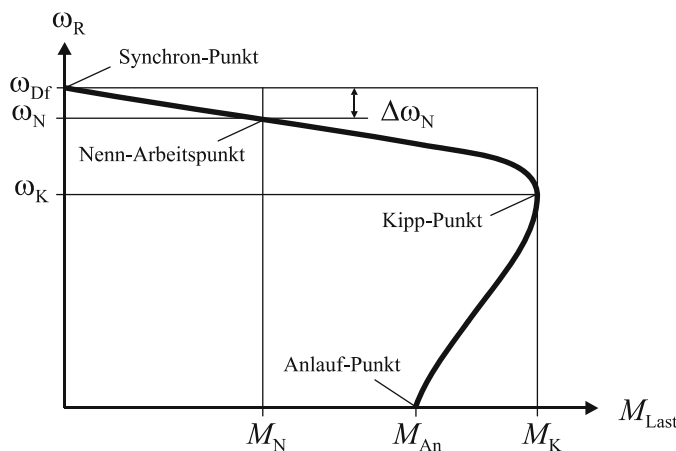


Bild 3.40 Verlauf der Funktion $\omega_R = f(M_{Last})$ im 1. Quadranten

Setzen wir die Gleichungen für den Schlupf, den Kippschlupf und das Kippmoment in die Gleichung für das innere Motormoment M_M , so erhalten wir die Gleichung

$$M_M = \frac{m}{\omega_{Df}} \cdot \frac{R^*}{S} \cdot \frac{u_M^2}{\left(\frac{R^*}{S} \right)^2 + \omega_{Df}^2 \cdot L^{*2}}$$

Bild 3.43 zeigt im oberen Screenshot zunächst den Verlauf von Lastmoment und Drehfeld-Winkelgeschwindigkeit (die der Steuerspannung proportional ist). Der untere Screenshot zeigt das resultierende Kennlinienfeld des Asynchronmotors. Wir erkennen, dass die Kennlinien für kleine Lastmomentwerte nahezu linear verlaufen. Erst wenn das Lastmoment in die Nähe des Kippmoments kommt, fallen die Kennlinien ein wenig stärker ab.

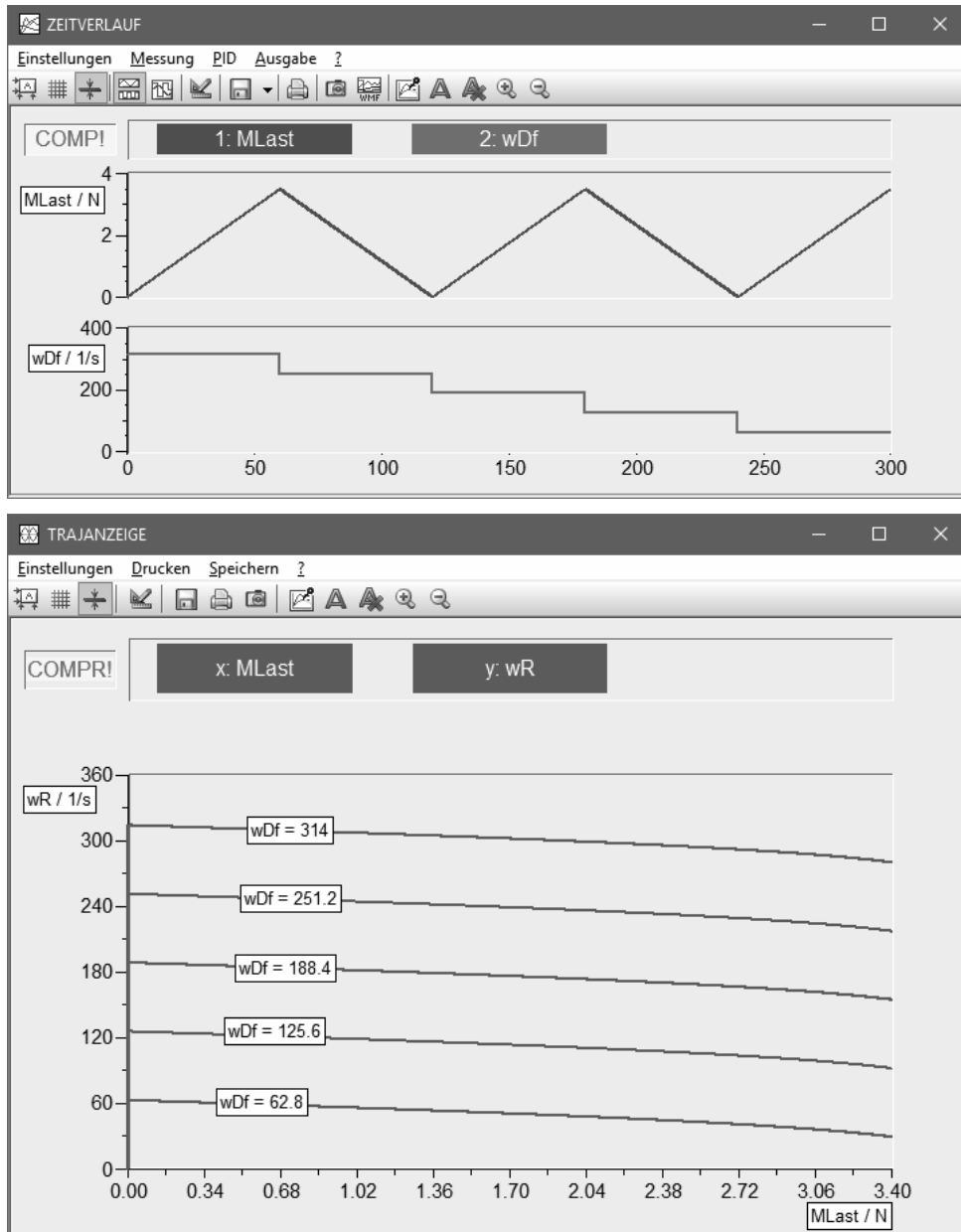


Bild 3.43 Ermittlung der statischen Kennlinien

3.12 Hubwerk eines Krans

Bild ### zeigt das Hubwerk eines Krans. Ein Asynchronmotor treibt über ein Getriebe eine Seiltrommel an, über welche eine Last angehoben bzw. abgesenkt wird. ω_M und ω_T sind die Winkelgeschwindigkeiten von Motor bzw. Seiltrommel.

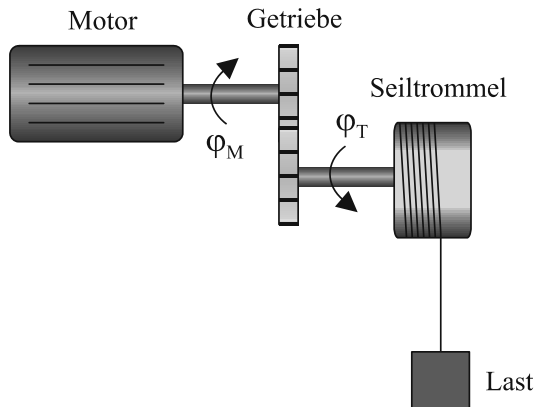


Bild 3.45 Hubwerk eines Krans

Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen bedienen wir uns des Ansatzes, dass die kinetische Energie des auf die Motorwelle reduzierten Trägheitsmomentes J_{red} gleich der Summe der kinetischen Energien der Einzelmassen sein muss. Die entsprechende Gleichung lautet

$$\frac{1}{2} J_{\text{red}} \cdot \omega_M^2 = \frac{1}{2} J_M \cdot \omega_M^2 + \frac{1}{2} J_T \cdot \omega_T^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Darin ist J_M das Trägheitsmoment des Motors, J_T das Trägheitsmoment der Trommel, m die Lastmasse und v ihre Geschwindigkeit. Aufgelöst nach dem reduzierten Trägheitsmoment erhalten wir

$$\begin{aligned} J_{\text{red}} &= J_M + J_T \cdot \frac{\omega_T^2}{\omega_M^2} + m \cdot \frac{(r \cdot \omega_T)^2}{\omega_M^2} \\ &= J_M + \frac{J_T}{i^2} + \frac{m \cdot r^2}{i^2} \end{aligned}$$

In dieser Gleichung ist i die Getriebeübersetzung gemäß

$$i = \frac{\omega_M}{\omega_T}.$$

und r der Radius der Seiltrommel. Für das Momentengleichgewicht an der Motorwelle gilt dann mit

$$J_{\text{red}} \cdot \dot{\omega}_M = M_M - M_{L,M}.$$

3.15 Wanderwellen in elektrischen Leitungen

Wanderwellen in elektrischen Leitungen entstehen beispielsweise bei einem Blitzschlag in eine Freileitung oder Schaltvorgängen in Hochspannungsnetzen. Da die für die Wanderwellen verantwortlichen Leitungsinduktivitäten und –kapazitäten kontinuierlich verteilt sind, sind Modelle mit konzentrierten Parametern ungeeignet. In solchen Fällen behilft man sich in der Regel durch Aufteilung einer Leitung in „genügend kurze“ Teilstimente, die dann näherungsweise wieder mit konzentrierten Parametern modelliert werden können. Das Gesamtmodell entsteht dann einfach durch Hintereinanderschaltung der entsprechenden Anzahl von Teilstimenten (siehe auch Abschnitt ###).

Bild 3.55 zeigt das auf diese Weise entstandene Ersatzschaltbild einer Leitung, die mit einem ohmschen Widerstand R_A abgeschlossen ist und an der eine Spannung u_e eingespeist wird. Jedes Teilstiment besitzt eine Induktivität L_i , eine Kapazität C_i und einen ohmschen Widerstand R_i , stellt also einen Reihenschwingkreis dar (siehe Abschnitt ###).

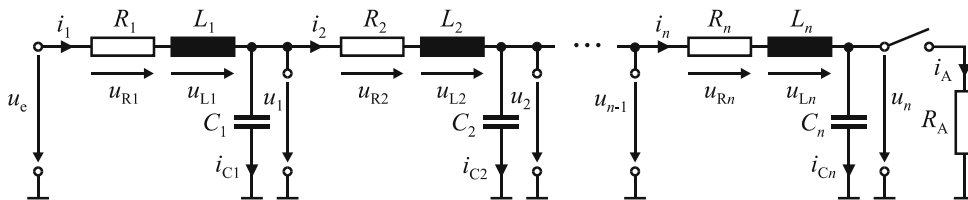


Bild 3.55 Ersatzschaltbild einer Leitung mit ohmschem Abschlusswiderstand R_A

Aus den Strom- und Spannungsgleichungen lässt sich unmittelbar das entsprechende Blockschaltbild erstellen, welches in Bild 3.56 dargestellt ist. Wir können erkennen, dass die Ausgangsspannung u_i des i -ten Segments jeweils Eingangsgröße des $i+1$ -ten Segments ist; umgekehrt wird der Strom i_{i+1} des $i+1$ -ten Segments immer in das i -te Segment zurückgeführt.

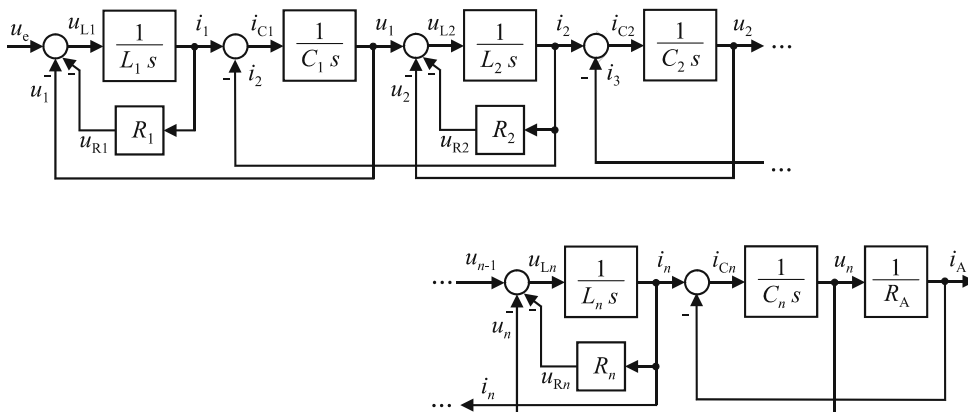


Bild 3.56 Blockschaltbild der Leitung

4.10 4-Bit-Paralleladdierschaltung

Wie in Abschnitt ### bereits erwähnt, werden Paralleladdierschaltungen für mehrstellige Dualzahlen in der Regel auf Basis der in den Abschnitten ### bzw. ### vorgestellten Voll- und Halbaddierern realisiert. Wir wollen die prinzipielle Vorgehensweise dabei anhand einer Addierschaltung für zwei vierstellige Dualzahlen erläutern.

Bild 4.34 zeigt das Prinzip. Wir benötigen einen Halbaddierer und drei Volladdierer. Die erste Spalte von rechts (Wertigkeit 2^0) kann mit einem Halbaddierer addiert werden, da in dieser Spalte noch kein Übertrag von einer vorherigen Spalte auftreten kann; für die anderen Spalten werden dann jeweils Volladdierer benötigt, um einen eventuellen Übertrag von der jeweils rechts daneben stehenden Spalte verarbeiten zu können. Die Überträge eines HA- bzw. VA-Blocks (CO-Ausgang, CO: Carry out) werden jeweils in den CI-Eingang (CI: Carry in) des links daneben liegenden Blocks geführt, die Zifferausgänge bilden das Ergebnis-Register.

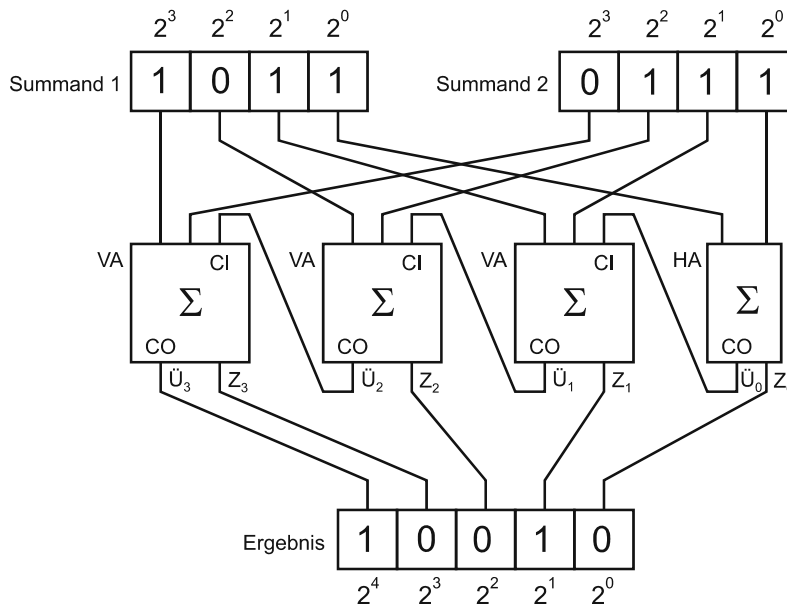


Bild 4.34 4-Bit-Paralleladdierschaltung aus drei Volladdierern (VA) und einem Halbaddierer (HA)

Bild 4.35 zeigt die zugehörige Simulationstruktur. Der obere Teil enthält lediglich die Bedien- und Anzeigeblöcke, sodass die zu addierenden Dualzahlen direkt mit der Maus vorgegeben werden können und das Ergebnis direkt darunter sichtbar wird. Das untere Netzwerk enthält dann das Addiernetzwerk gemäß Bild 4.34

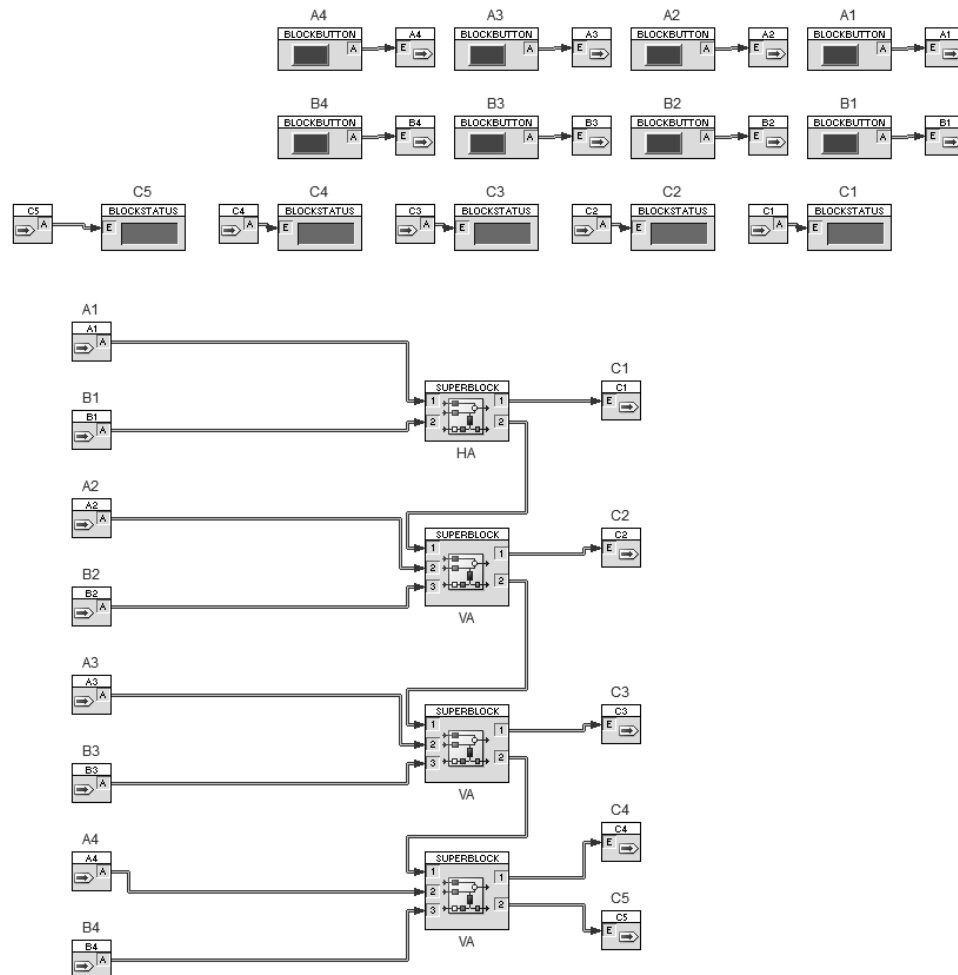


Bild 4.35 Simulationsstruktur für 4-Bit-Paralleladdierschaltung

Die Simulation sollte wieder als Endlossimulation gestartet werden, die Schrittweite ist bedeutungslos. Bild ### zeigt einen während der Simulation aufgenommenen Screenshot. Hier wurden die Zahlenwerte aus Bild ### gewählt, d. h. die Summanden 1011 und 0111, sodass sich an den Ausgängen das Ergebnis 10010 ergibt (im Schwarzweißdruck allerdings nur bedingt zu erkennen).

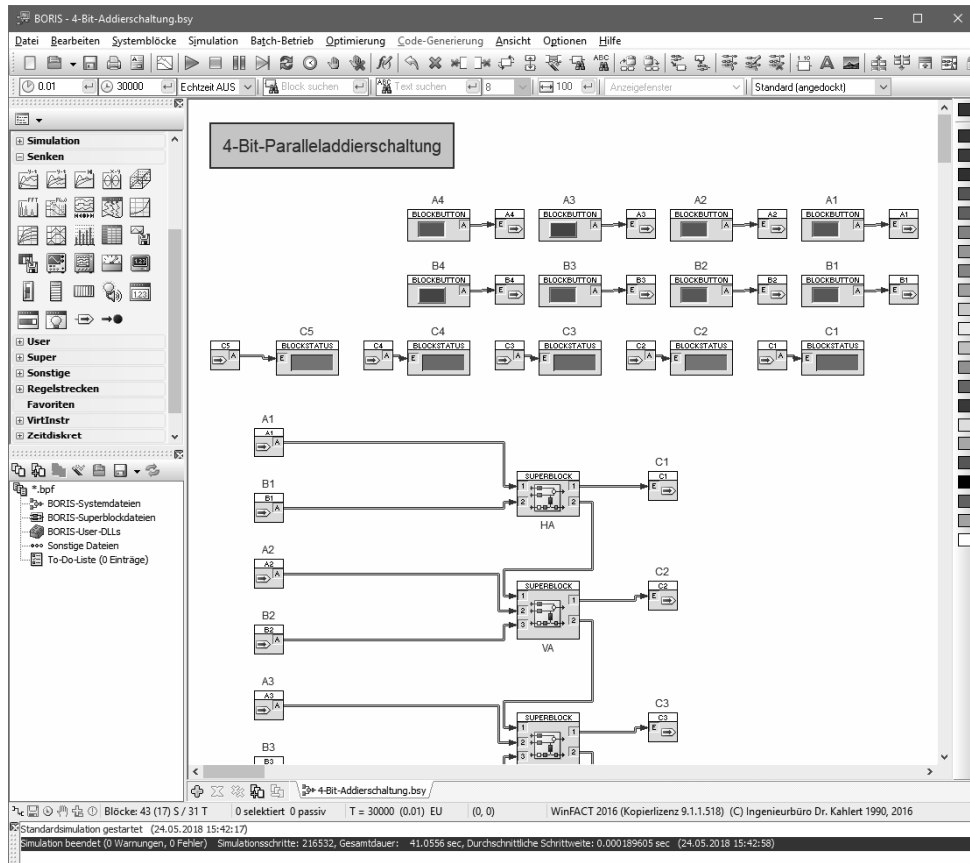



Bild 4.36 Simulations-Screenshot 4-Bit-Paralleladdierschaltung

Quelle

[Beuth]

Simulationsdateien

 4-Bit-Addierschaltung.bsy

4.11 A/D-Wandlung nach dem Sägezahnverfahren

Das Prinzip des A/D-Wandlers nach dem Sägezahnverfahren besteht darin, das analoge Eingangssignal $u_E(t)$ mit einer Sägezahnspannung abzutasten. Die Sägezahnimpuls starten jeweils im negativen Bereich (z. B. bei -1 V) und laufen dann bis zur maximal möglichen Eingangsspannung (z. B. 10 V). Bild ### zeigt das Prinzip.

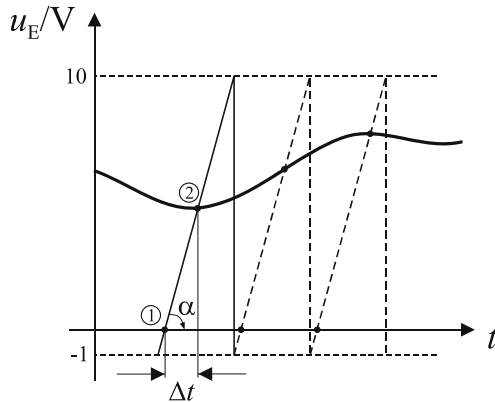


Bild 4.37 Abtastung des Analogsignals mit Sägezahnspannung

Sobald die Sägezahnspannung die 0 V-Linie überschreitet (Punkt ①), wird ein Zähler aktiviert, der von einem Impulsgenerator angesteuert wird. Er zählt die eintreffenden Impulse so lange, bis die Sägezahnspannung gerade die Eingangsspannung u_E erreicht hat (Punkt ②). Die Zeit Δt , die dafür benötigt wird, ist u_E direkt proportional; es gilt nämlich

$$u_E = \Delta t \cdot \tan \alpha,$$

wobei α der (bekannte) Steigungswinkel der Sägezahnflanke ist. Alternativ lässt sich u_E auch aus der Anzahl der gezählten Impulse ermitteln, die ja über die Impulsdirekt auer die Zeitdifferenz Δt ergeben.

Bild ### zeigt das entsprechende Blockschaltbild. Komparator 2 liefert am Ausgang logisches 1-Signal, sobald die Sägezahnspannung die Nulllinie überschreitet, Komparator 2 sobald die analoge Eingangsspannung erreicht ist. Zwischen den Punkten ① und ② führt der Ausgang y des XOR-Gatters also 1-Signal und der Impulsgenerator wird über das UND-Gatter an den Zähler weitergeleitet. Sobald Punkt ② erreicht ist, nimmt y 0-Signal an und der Impulsgenerator wird vom Zähler abgetrennt – die Wandlung ist beendet. Durch Wahl von Sägezahn- und Impulsgeneratorfrequenz lässt sich die Schaltung so konfigurieren, dass der Zählerstand z. B. der Eingangsspannung in mV entspricht.

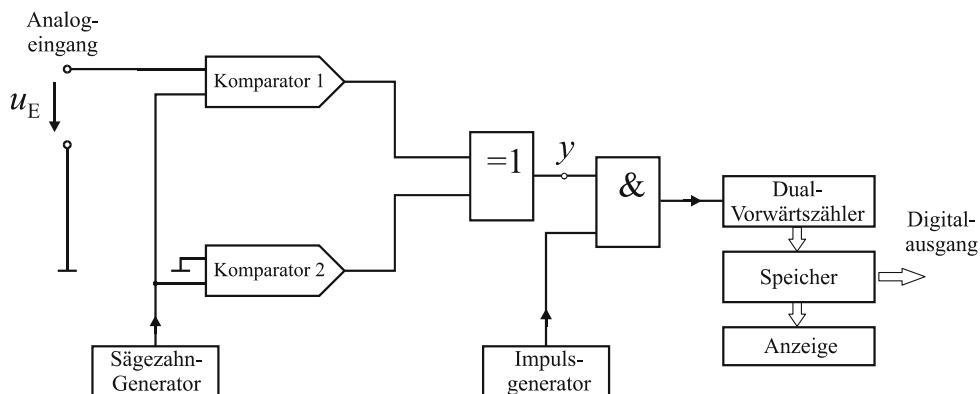


Bild 4.38 Blockschaltbild des A/D-Umsetzers nach dem Sägezahnverfahren

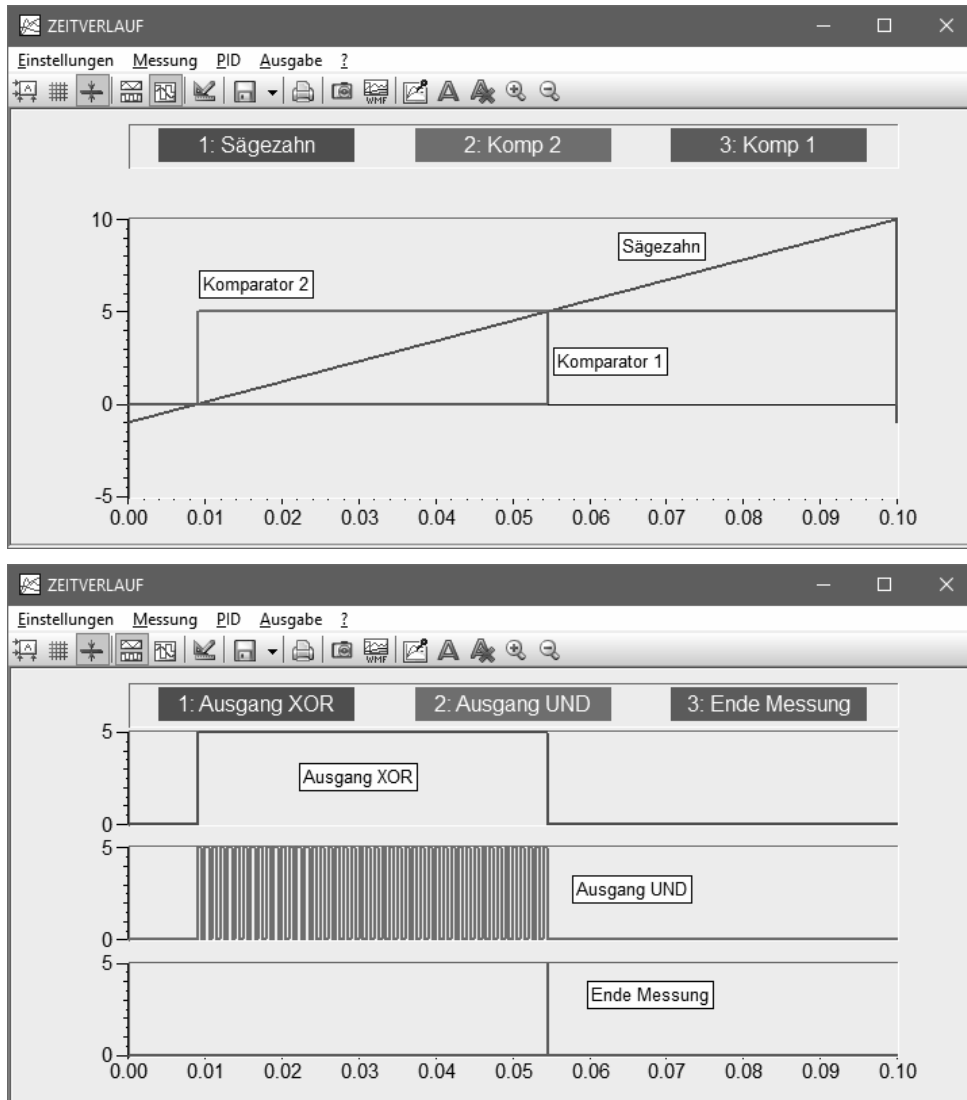



Bild 4.40 Simulationsergebnisse zum A/D-Umsetzer nach dem Sägezahnverfahren

Quelle

[Beuth]

Simulationsdateien

 ADUmsetzerSaegezahn.bsy

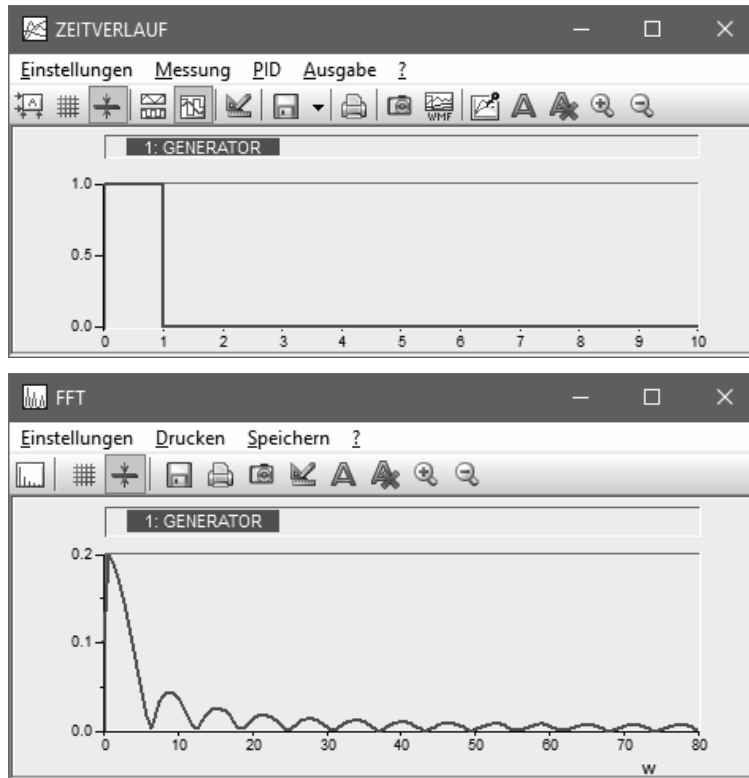



Bild 7.20 Simulationsergebnisse für einzelnen Rechteckimpuls

Simulationsdateien

 FFT.bsy

7.6 Phasenregelschleife (PLL)

Die Aufgabe einer *Phasenregelschleife* (PLL, für engl. *Phase Locked Loop*) besteht darin, ein periodisches Eingangssignal (Referenzsignal) sowohl frequenz- als auch phasengenau zu rekonstruieren. Anwendung findet sie beispielsweise in der Kommunikationstechnik, um im Empfänger das Trägersignal phasengenau wiederzugewinnen.

Bild ### zeigt das Blockschaltbild einer PLL-Schleife, in der die Abweichungsgrößen dargestellt sind. Die PLL-Schleife stellt – wie unschwer zu erkennen ist – einen klassischen einschleifigen Regelkreis dar. Das Grundprinzip besteht dabei darin, einen spannungsgesteuerten Oszillator (VCO, für engl: *Voltage Controlled Oscillator*) bei Auftreten eines Phasenfehlers $\Delta\varepsilon$ so nachzuführen, dass der Phasenfehler wieder zu Null wird. Eine Abweichung der Eingangsfrequenz $\Delta\omega_1$ führt durch Integration zu einer Phasenabweichung $\Delta\varphi_1$. Diese wird im Phasendetektor mit der Phasenänderung $\Delta\varphi_2$ am Ausgang des VCO verglichen und liefert den Phasenfehler $\Delta\varepsilon$. Dieser durchläuft zunächst noch einen Schleifenfilter,

der in der Regel Tiefpassverhalten aufweise, bevor er dem VCO zugeführt wird. Das Schleifenfilter stellt zusammen mit dem Faktor k_{VCO} den Regler dar.

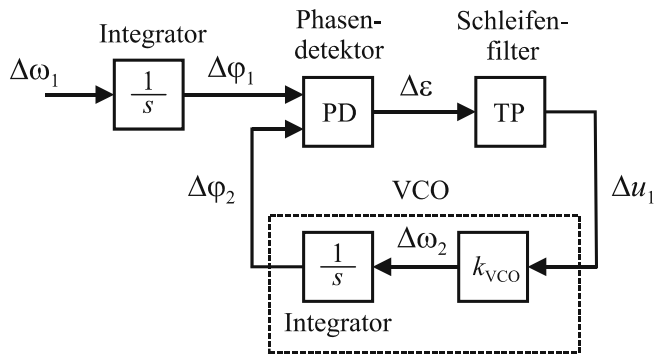


Bild 7.21 Blockschaltbild einer PLL-Schleife

Bild ### zeigt mögliche Kennlinien für den Phasendetektor; in analogen PLLs wird in der Regel Kennlinie a) benutzt, die sich ergibt, wenn als Phasendetektor ein einfacher Multiplikator benutzt wird.

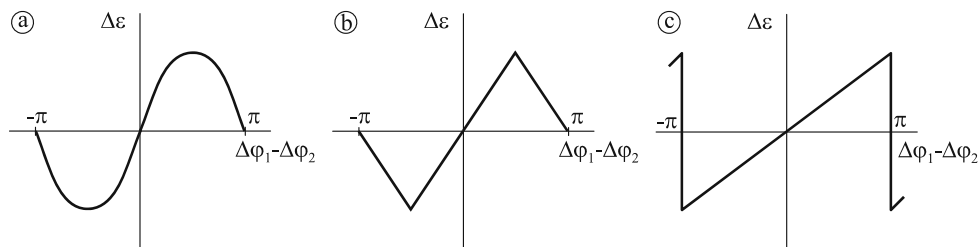


Bild 7.22 Mögliche Kennlinien des Phasendetektors

Zur Umsetzung der PLL-Schleife in eine Simulationsstruktur wollen wir annehmen, dass als Phasendetektor ein Multiplizierer eingesetzt wird. Als Eingangssignal nehmen wir eine sinusförmige Spannung mit einer Grundfrequenz $f_0 = 10$ kHz und einer Amplitude von 1 V an. Diese soll linear mit einer Frequenzänderung von ± 8 kHz frequenzmoduliert werden, also zwischen 2 kHz und 18 kHz variieren, wobei das Durchlaufen des kompletten Frequenzbereichs jeweils eine Zeitspanne von 0.04 s umfassen soll. Außerdem soll das Eingangssignal eine Nullphase von 1.2 besitzen. Der VCO soll ebenfalls eine Grundfrequenz (Ruhefrequenz) von 10 kHz besitzen, seine Nullphase soll den Wert Null haben. Die Spannung des VCO soll im Gegensatz zur Eingangsspannung cosinusförmig sein, d. h., zwischen beiden Spannungen wird von Anfang an eine Phasenverschiebung von 90° angenommen. Die Übertragungskonstante des VCO habe einen Wert von $k_{VCO} = 10^5$.

Als Schleifenfilter soll ein Tiefpass 1. Ordnung (P-T₁-Glied) mit einer Verstärkung (Proportionalbeiwert) von 1 und einer Zeitkonstanten von $5 \cdot 10^{-4}$ s zum Einsatz kommen (entsprechend einer Bandbreite von etwa 300 Hz).

Bild ### zeigt die entsprechende Simulationsstruktur. Der komplette linke Teil dient zum Aufbau der Eingangsspannung. Diese setzt sich wie bereits erwähnt zusammen aus der

Nullphase (oberer Zweig), der Grundfrequenz (mittlerer Zweig) und dem Modulationssignal (unterer Zweig), welches aus zwei gegeneinander verschobenen Dreiecksignalen zusammengesetzt wird (siehe später). Der nach der Summation folgende \sin -Block bildet dann das erste Eingangssignal für den Phasendetektor. Das zweite Eingangssignal wird über den \cos -Block aus dem Ausgangssignal des VCOs (ergänzt um die Grundfrequenz-Phase) gebildet; der VCO selbst wird vom Schleifenfilter gespeist.

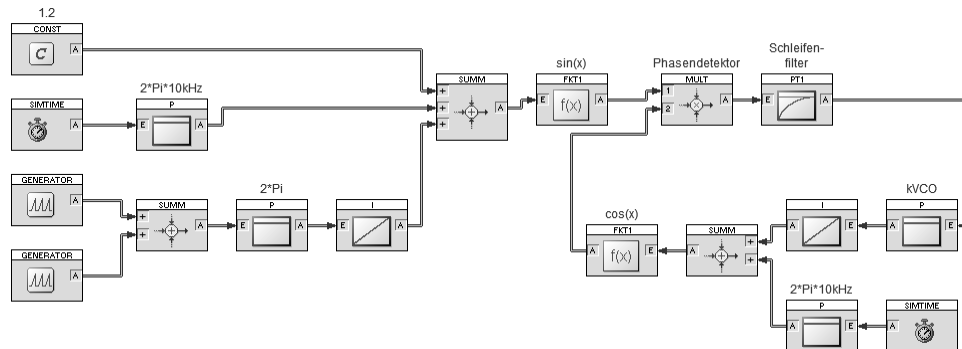


Bild 7.23 Simulationsstruktur für PLL-Schleife

Wir simulieren mit dem *Euler*-Verfahren mit einer Schrittweite von 10^{-6} s bis zu einer Endzeit von 0.1 s.

Die Bilder ### und ### zeigen die Simulationsergebnisse (man beachte die jeweils unterschiedlichen Skalierungen der Zeitachse!). Wir betrachten zunächst Bild ###, welches das ± 8 kHz-Modulationssignal zeigt (obere Kurve) sowie die Spannung am Ausgang des Schleifenfilters. Wir erkennen, dass die PLL-Schleife nach einem Richtungswechsel des Modulationssignals immer eine gewisse Zeit benötigt, bis sie wieder „einrastet“, d. h. das Schleifenfilter eine zum Modulationssignal proportionale Spannung an den VCO liefert.

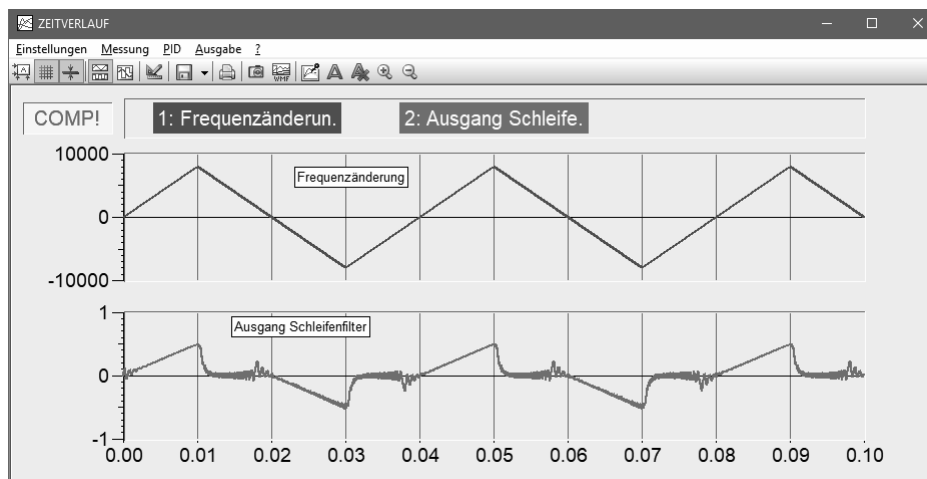


Bild 7.24 Simulationsergebnisse für PLL-Schleife I